



Province of the  
**EASTERN CAPE**  
EDUCATION

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**SEPTEMBER 2014**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**



---

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, insluitend 2 diagramvelle en  
1 inligtingsblad.

---

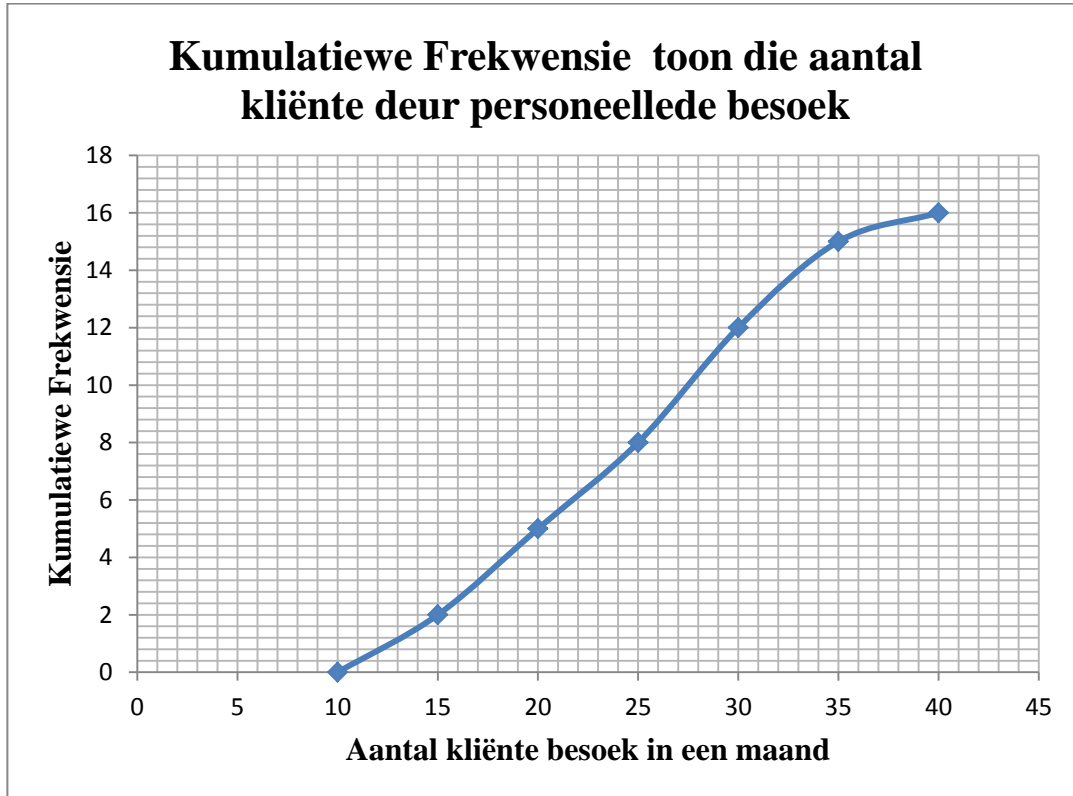
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voor beantwoording van die vrae.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Toon duidelik AL die berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het.
4. Antwoorde alleenlik sal nie noodwendig volpunte toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. TWEE diagramvelle vir VRAAG 2.1, VRAAG 2.3, VRAAG 8.2 en VRAAG 9.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou naam op hierdie velle, in die spasies daarvoor voorsien, en heg dit aan jou antwoordeboek.
8. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik word.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

1.1 Ros is 'n verkoopsbestuurder vir 'n druk- en ontwerpmaatskappy. Sy personeellede moet rapporteer hoeveel kliënte hulle elke maand besoek. Hieronder is die ogief wat die ingesamelde data in een maand voorstel.



- 1.1 Hoeveel personeellede was daar? (1)
- 1.2 Bepaal die semi-interkwartiele omvang. (3)
- 1.3 Teken 'n mond-en-snor-diagram vir die data. (3)
- 1.4 Gebruik jou uitslae in VRAAG 1.3 en lewer kommentaar op die verspreiding van die data. (1)

**[8]**

**VRAAG 2**

Die data hieronder toon die punte wat behaal is deur tien Graad 12-leerders van twee verskillende Wiskunde klasse wat in die eerste ry van elke klas sit.

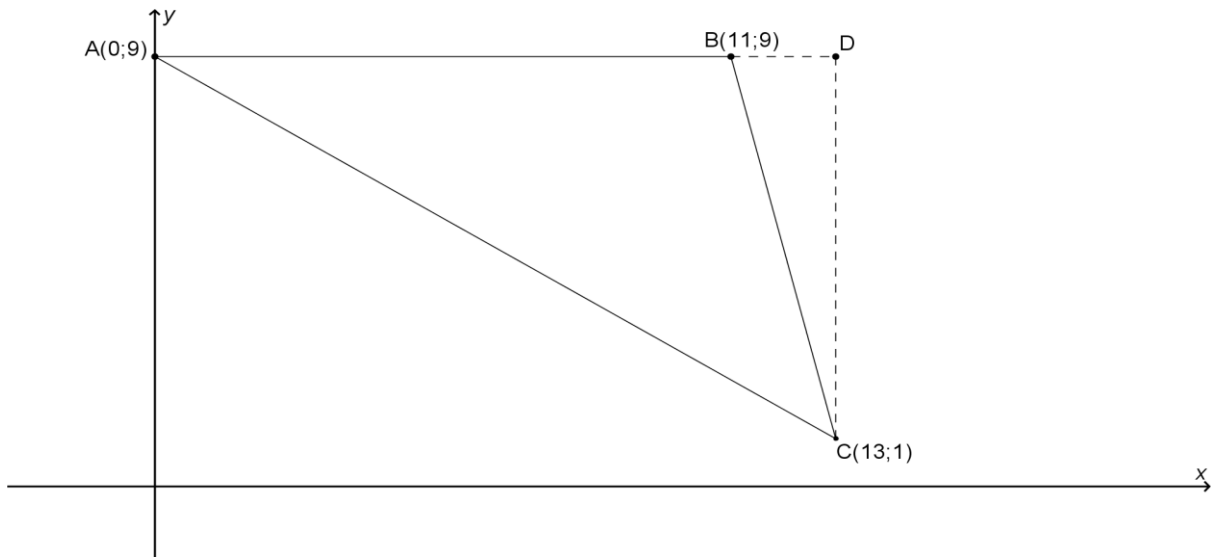
Klas A	16	36	20	38	40	30	35	22	40	24
Klas B	45	70	44	56	60	48	75	60	63	38

- 2.1 Maak gebruik van die rooster op DIAGRAMVEL 1 voorsien om 'n spreidiagram vir die data te teken. (2)
- 2.2 Bereken die vergelyking van die kleinste-kwadrade-regressielyn vir hierdie data. (2)
- 2.3 Teken die kleinste-kwadrade-regressielyn vir die data op die spreidiagram wat in VRAAG 2.1 (DIAGRAMVEL 1) geteken is. (1)
- 2.4 Bereken die korrelasiekoëffisiënt vir die data hierbo. (2)
- 2.5 Bereken die gemiddelde en die standaardafwyking vir Klas B. (4)
- 2.6 Hoeveel van die punte val binne een standaardafwyking van die gemiddelde? (2)

**[13]**

**VRAAG 3**

In die figuur is,  $A(0 ; 9)$ ,  $B(11 ; 9)$  en  $C(13 ; 1)$  die hoekpunte van  $\triangle ABC$  met loodlyn  $CD$ .

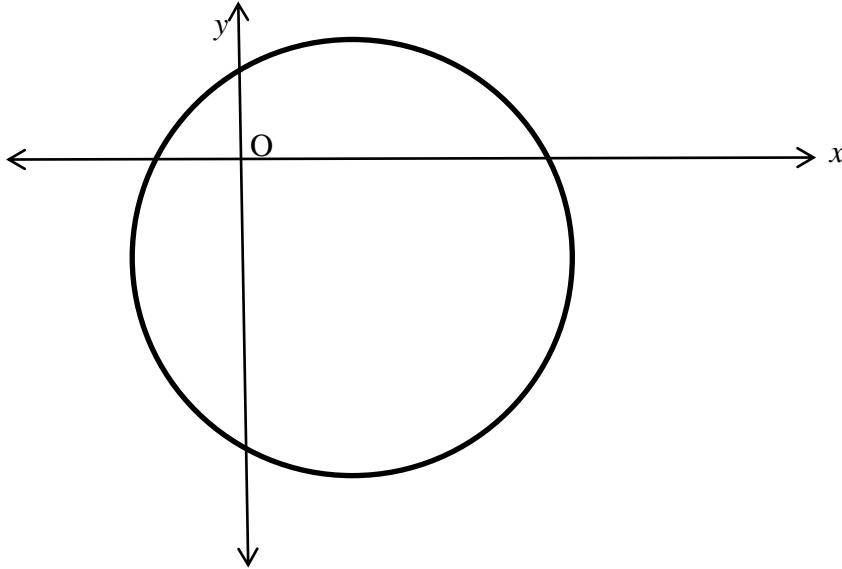


- 3.1 Skryf die vergelyking van lyn AB neer. (1)
- 3.2 Skryf die lengte van AB neer. (1)
- 3.3 Bepaal die koördinate van D. (1)
- 3.4 Bereken die oppervlakte van  $\triangle ABC$ . (3)
- 3.5 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AC. (2)
- 3.6 Bepaal, vervolgens, die vergelyking van die middelloodlyn van AC. (4)
- 3.7 Gaan die middelloodlyn in VRAAG 3.6 hierbo deur punt B of nie? Ondersteun jou antwoord deur toepaslike berekeninge te gebruik. (2)
- 3.8 Bepaal  $\hat{A}BC$ , korrek tot die naaste grade. (3)
- 3.9 Bepaal die vergelyking van 'n lyn ewewydig aan AC wat deur D gaan. (2)

**[19]**

**VRAAG 4**

Die lengte van die radius van die sirkel met vergelyking:  $x^2 - 2x + y^2 + 4y = a$  is 5 eenhede.



- 4.1 Toon deur berekening aan dat  $a = 20$  eenhede. (4)
- 4.2 Skryf die koördinate van die middelpunt M van die sirkel neer. (1)
- 4.3  $A(x ; y)$ , met  $y > 0$ , is een van die sny punte van die sirkel en die reguitlyn  $x = 4$ . Bepaal die waardes van  $x$  en  $y$ . (4)
- 4.4 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by punt A. (4)
- 4.5 Bepaal of die punt  $T(-1 ; -2)$  binne of buite die sirkel lê. (3)
- 4.6 As die sirkel 3 eenhede na links en 1 eenheid op geskuif word, bepaal die vergelyking van die nuwe sirkel. (3)

**[19]**

**VRAAG 5**

5.1 As  $\cos 62^\circ = m$ , bepaal die waarde van elk van die volgende in terme van  $m$ .

$$5.1.1 \quad \sin 28^\circ \quad (2)$$

$$5.1.2 \quad \cos 362^\circ \quad (4)$$

5.2 Vereenvoudig tot 'n enkel verhouding:

$$\frac{\tan(360^\circ - x) \cdot \sin(90^\circ + x)}{\sin(-x)} \quad (5)$$

5.3 As  $4 \sin^2 \theta - 3 = 0$ ,  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ , bereken die waarde van:

$$\cos \frac{1}{4} \theta \cdot \sin \frac{1}{2} \theta - \tan(3\theta - 45^\circ) \quad (6)$$

**[17]**

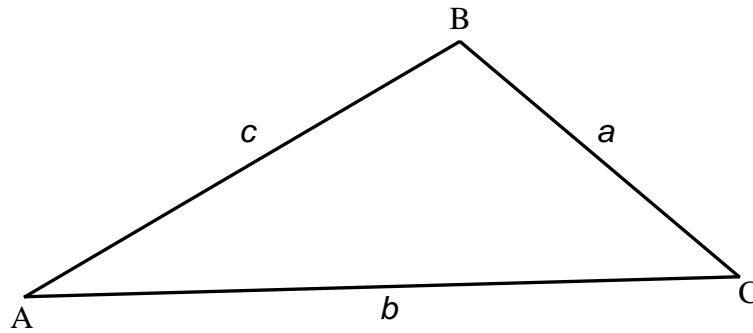
**VRAAG 6**

Bewys dat:  $\frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$

**[4]**

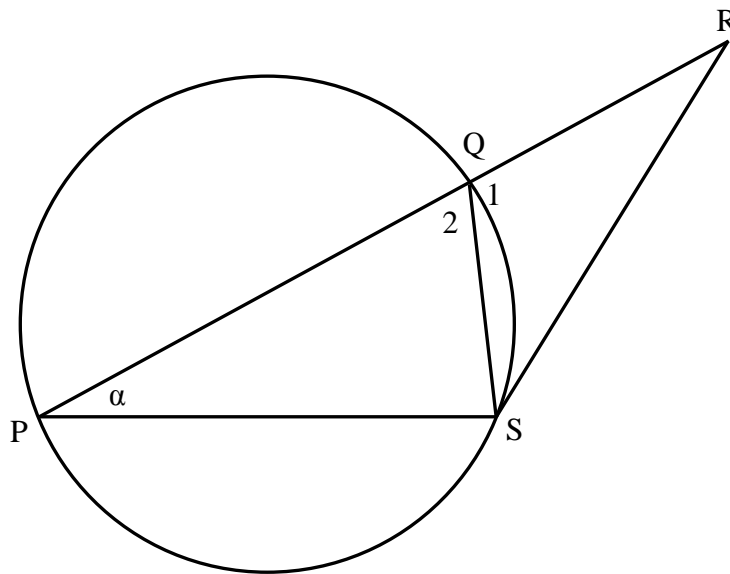
## VRAAG 7

- 7.1 Gebruik die diagram op DIAGRAMVEL 1 om te bewys dat:  
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$



4)

- 7.2 In die figuur is die middellyn PQ van die sirkel verleng na R. S is 'n punt op die omtrek van die sirkel sodat  $QR = QS = x$ . P en S is verbind en  $\widehat{QPS} = \alpha$ .



7.2.1 Bewys dat:  $SR = x\sqrt{2(1 + \sin \alpha)}$  (4)

7.2.2 As  $SR = 5\sqrt{3}$  en  $x = 5$ , toon aan dat  $PQ = 10$  (4)

[12]



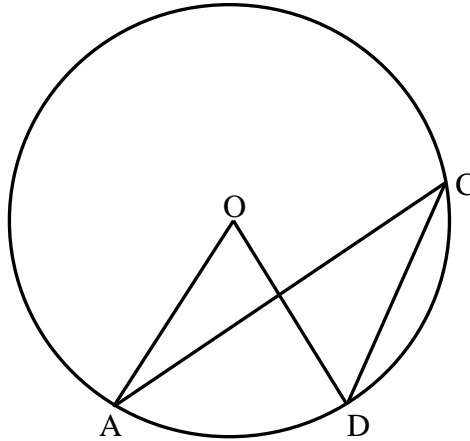
**VRAAG 8**

Gegee  $f(x) = 2\cos x$  en  $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$

- 8.1 Skryf die amplitude van  $f$  neer. (1)
- 8.2 Skets die grafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel voorsien op DIAGRAMVEL 2. (5)
- 8.3 Bepaal die waarde(s) van  $x$  waarvoor  $f(x) - g(x) \geq 0$  vir  $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$ . (2)
- 8.4 Gee TWEE moontlike maniere hoe die grafiek van  $f$  getransformeer kan word sodat die  $y$ -afsnit by die oorsprong is. (2)

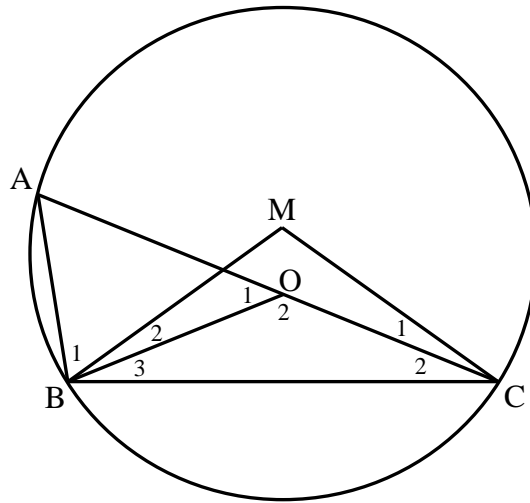
**[10]****VRAAG 9**

- 9.1  $O$  is die middelpunt van die sirkel en  $A$ ,  $D$  en  $C$  is op die omtrek van die sirkel. Gebruik die diagram om die stelling te bewys, deur Euklidiese meetkunde-metodes te GEBRUIK, wat meld dat  $\angle AOD = 2\angle ACD$ .



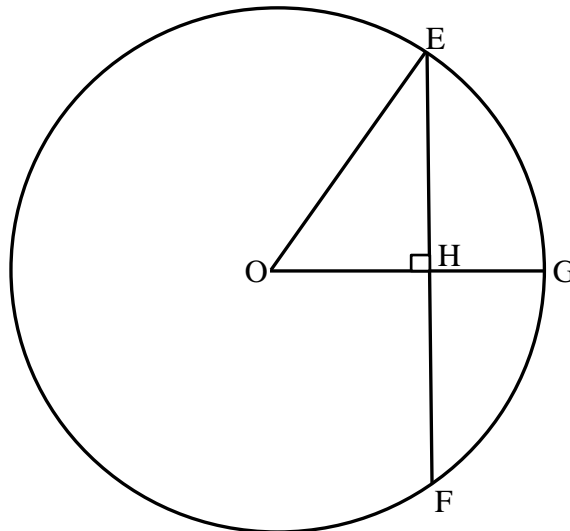
(5)

- 9.2 In die figuur is M die middelpunt van die sirkel deur A, B en C. OB en AC halveer  $\widehat{MBC}$  and  $\widehat{MCB}$  onderskeidelik met O op AC. AB is verbind.



Laat  $\widehat{B}_2 = x$

- 9.2.1 Bepaal die grootte van  $\widehat{O}_2$  in terme van  $x$ . (4)
- 9.2.2 Bewys dat AO 'n middellyn van sirkel ABO is. (5)
- 9.3 In die diagram hieronder, is EF die koord van 'n sirkel met middelpunt O. OG is loodreg op EF.

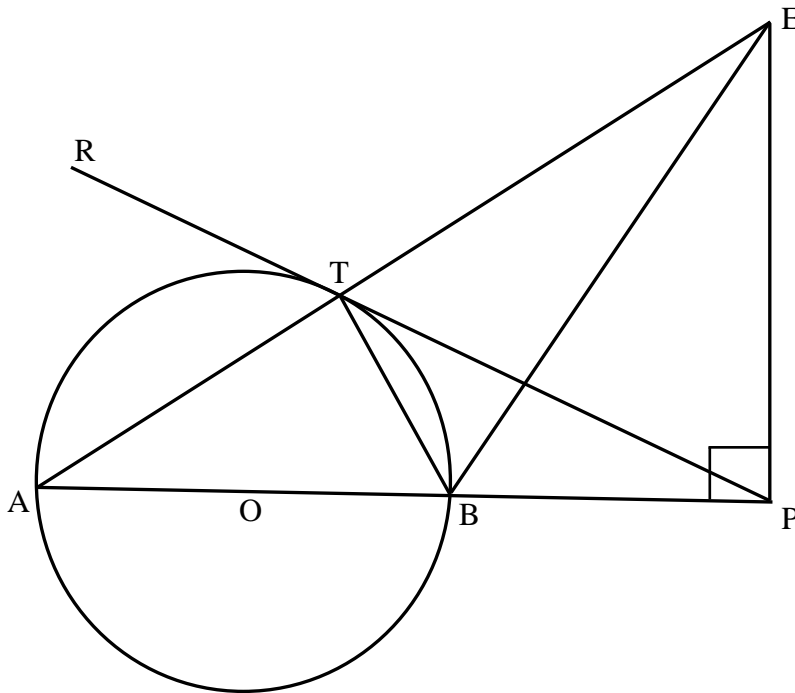


As  $OE = x$  cm en  $HG = 2$  cm, bepaal met redes die lengte van EF (in eenvoudigste vorm) in terme van  $x$ .

(4)  
[18]

**VRAAG 10**

In die diagram hieronder, is O die middelpunt met A, B en T op die omtrek,  $BP = OB = AO$ , PTR is 'n raaklyn en  $EP \perp AP$ .



Bewys dat:

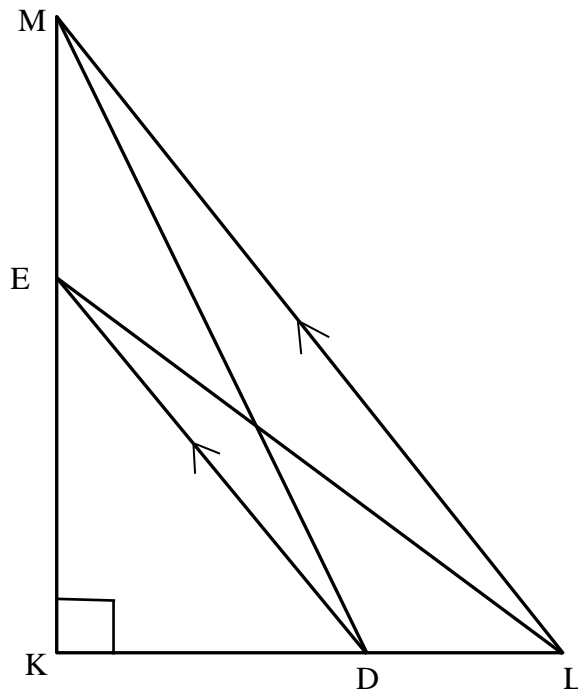
- 10.1       $TEPB$  'n koordevierhoek is (3)
  - 10.2       $\triangle ATB \sim \triangle APE$  (3)
  - 10.3       $TP = PE$  (6)
  - 10.4       $\triangle ATB \sim \triangle EPB$  (5)
  - 10.5       $2BP^2 = BE \cdot TB$  (4)
- [21]**

**VRAAG 11**

11.1 Voltooi die volgende stelling:

'n Lyn ewewydig aan een sy van 'n driehoek verdeel ... (1)

11.2 In  $\triangle KLM$ , is  $\hat{K} = 90^\circ$  en D is 'n punt op KL sodat  $KD:DL = 2:1$  en  $DE \parallel LM$  met E op KM.



11.2.1 As  $DL = x$  en  $EM = y$ , druk  $LM^2$  in terme van  $x$  en  $y$  uit. (4)

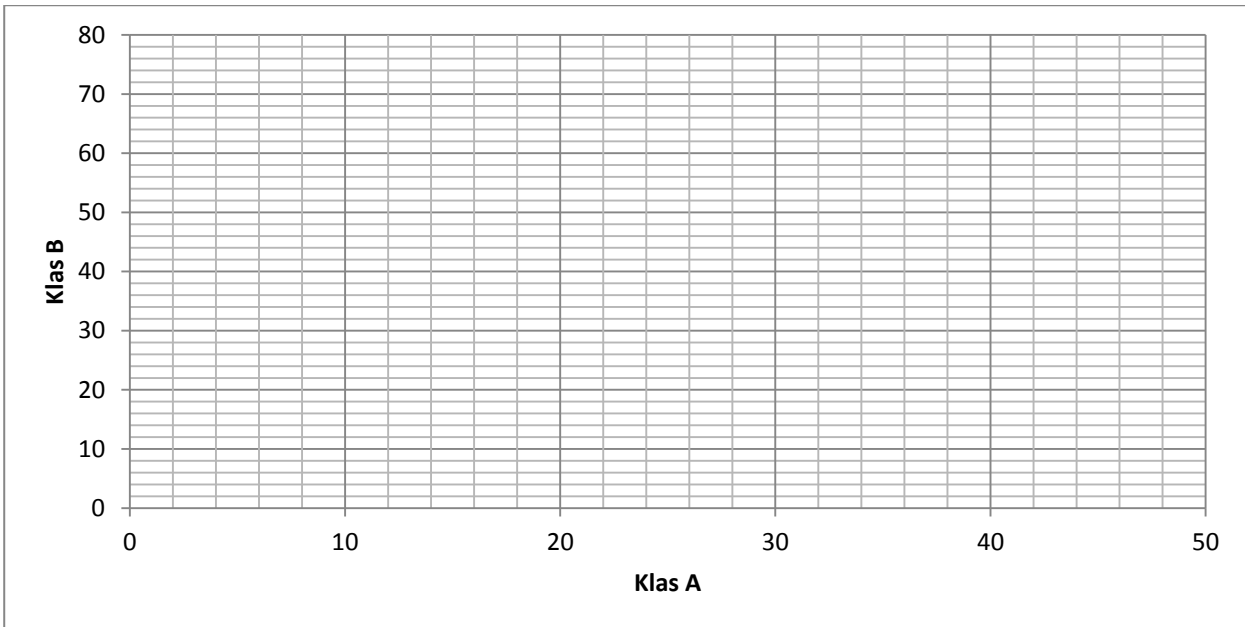
11.2.2 Toon aan dat  $DM^2 + LE^2 = \frac{13}{9} LM^2$ . (4)  
[9]

**TOTAAL: 150**

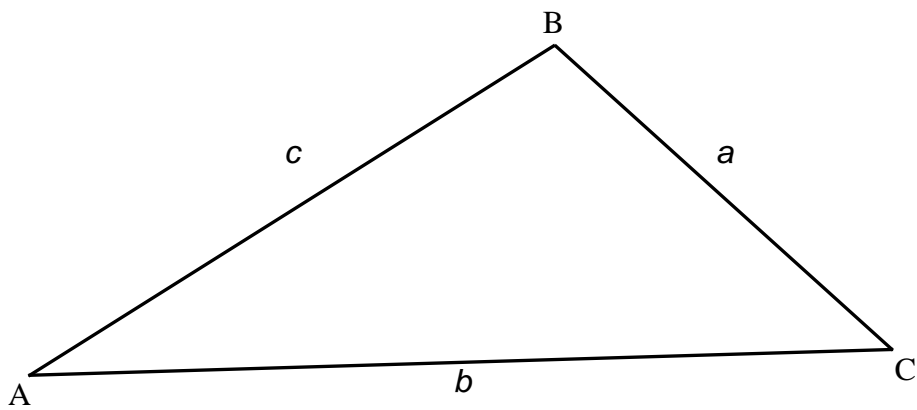
VAN: .....>>> NAAM: .....

**DIAGRAMVEL 1**

**VRAE 2.1 EN 2.3**



**VRAAG 7.1**



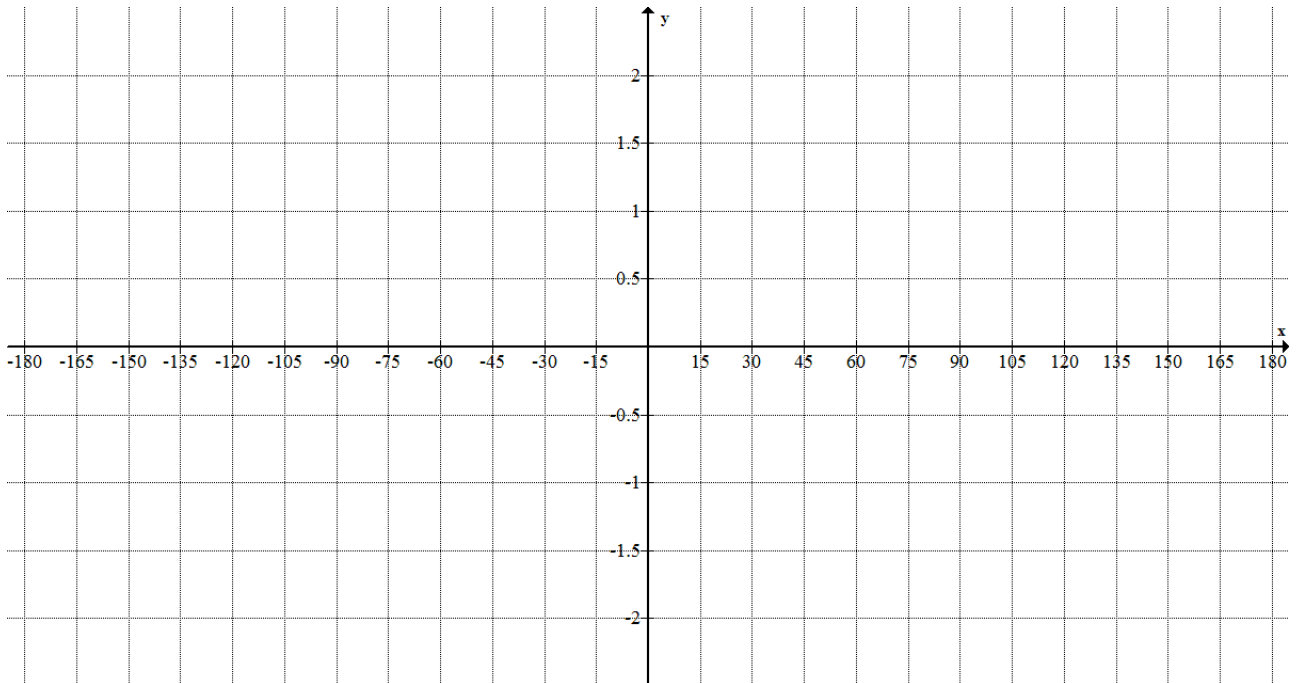


VAN: .....

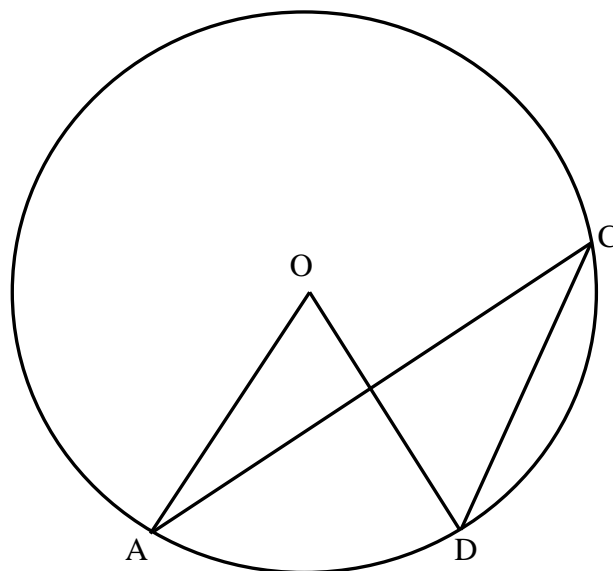
NAAM: .....

**DIAGRAMVEL 2**

**VRAAG 8.2**



**VRAAG 9.1**







**INLICHTINGSVEL: WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$