Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2015

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

* M A T H A 1 *

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye insluitende 'n inligtingsblad, en 'n SPESIALE ANTWOORDEBOEK.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beatwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien.

3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts aan wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.

4. Antwoorde alleenlik sal nie noodwendig volpunte toegeken word nie.

5. Jy mag ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld word.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld word.

7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in die vraestel gebruik is.

8. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die data in die tabel hieronder stel die punte voor wat deur 10 graad 12-leerders, vir Engels Huistaal (HT) en Afrikaans Eerste Addisionele Taal (EAT), behaal is.

Engels HT	42	54	85	32	63	71	92	62	58	66
Afrikaans EAT	50	58	80	45	60	65	98	75	71	58

1.1 Teken ’n spreidiagram vir die data hierbo deur gebruik te maak van die rooster wat in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien is. (4)

1.2 Bereken die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.3 Bereken die korrelasie koëffisiënt. (2)

1.4 Beskryf die korrelasie tussen Engels Huis Taal en Afrikaans Eerste Addisionele Taal. (1)

1.5 Voorspel/Skat die finale Engels Huis Taal-punt vir die leerder wat 74 punte in Afrikaans Eerste Addisionele Taal behaal het. (2)

[12]

VRAAG 2

Die gewigte (in kilogram) van die 20 seuns in die hokkie-oefengroep van Skool A is hieronder gegee:

69	59	59	66	64	58	63	58	62	61
57	53	60	51	60	48	47	60	40	60

2.1 Bepaal die gemiddelde en die variansie vir die gewigte van die Skool A-oefengroep. (3)

2.2 Die volgende inligting was van Skool B se seuns hokkie-afrigter aangaande die gewigte van die seuns in sy oefen groep verkry.

$$\sum_{n=1}^{22} x_n = 1320 \quad \text{en} \quad \sum_{n=1}^{22} (x_n - 60)^2 = 1012$$

2.2.1 Hoeveel seuns is in Skool B se oefengroep? (1)

2.2.2 Bepaal die gemiddelde gewig vir die Skool B-oefengroep. (2)

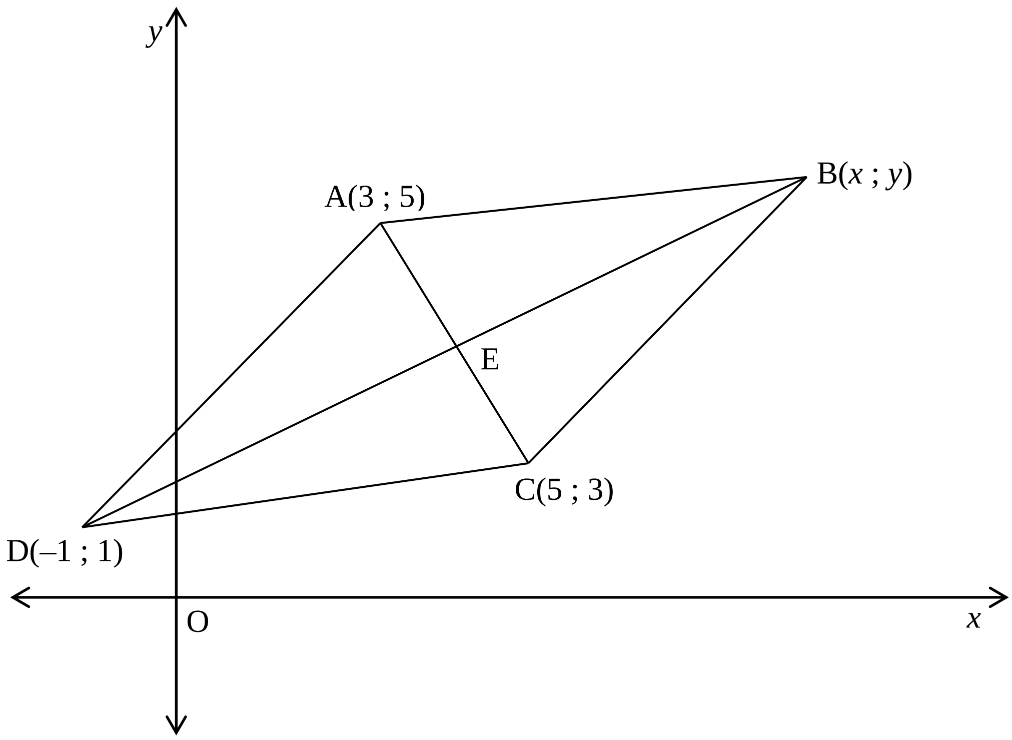
2.2.3 Bepaal die standaardafwyking vir die Skool B-oefengroep. (2)

2.3 As vyf seuns van gelyke gewig by die oefengroep van Skool A gevoeg word sodat die gemiddeldes van die twee skole dieselfde is, wat moet die gewig van elk van die vyf seuns wees? (2)

[10]

VRAAG 3

In die figuur is A(3 ; 5), B(x ; y), C(5 ; 3) en D(–1 ; 1) die hoekpunte van parallelogram ABCD. AC en BD, die hoeklyne van die parallelogram, sny by E.



3.1 Bepaal:

3.1.1 die koördinate van E (2)

3.1.2 die koördinate van B (3)

3.1.3 die koördinate van die middelpunt F, van CD en vervolgens die vergelyking van die lyn wat deur F gaan en ewewydig aan AD is. (5)

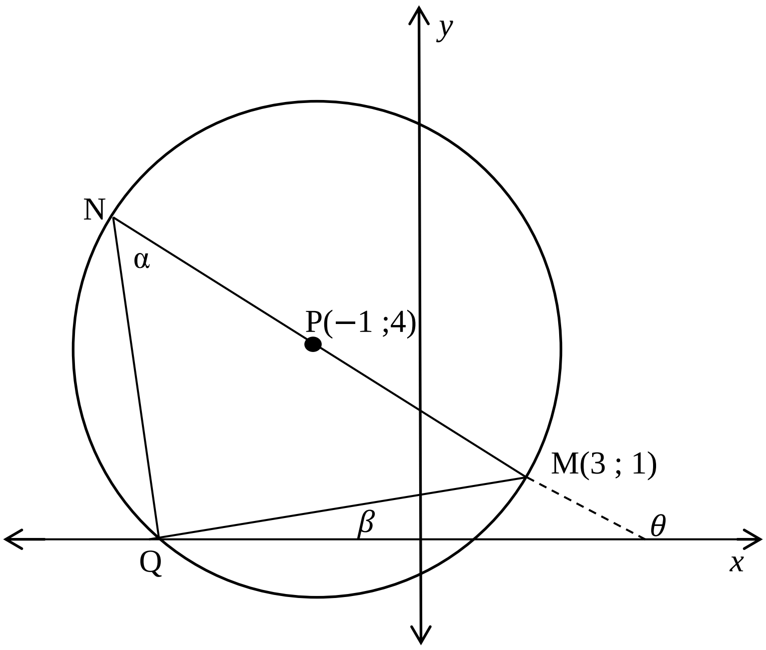
3.2 Die punte G(t +1 ; 2,5) , D(-1 ; 1) en E(4 ; 4) is ko-linieêr. Bereken die waarde van t. (4)

3.3 Bepaal, deur berekening, of ABCD ʼn ruit/rombus is of nie. Gee ʼn rede vir jou antwoord. (5)

[19]

VRAAG 4

In die diagram hieronder lê M(3 ; 1), Q en N op die omtrek van die sirkel met middelpunt P(−1 ; 4) en vorm ΔMQN. NPM is ʼn reguitlyn.



4.1	Bepaal die vergelyking van die sirkel.	(4)
4.2	Waarom is $N\hat{Q}M = 90°$?	(1)
4.3	Toon aan dat die koördinate van Q, (–4 ; 0) is.	(3)
4.4	Bereken die gradiënt van MN.	(2)
4.5	Bereken, vervolgens, die grootte van α.	(5)
4.6	Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by M.	(5)
		[20]

VRAAG 5

5.1 Bewys, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, dat:

$$\cos\ 75° + \cos 15° = \frac{\sqrt{6}}{2}$$ (4)

5.2 Bepaal die algemene oplossing van:

$$1 + 4\sin^2 x - 5\sin x + \cos 2x = 0$$ (7)

5.3 Bewys die identiteit:

$$\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$$ (3)

5.4 Vereenvoudig:

$$\frac{\sin(450° - x)\tan(x - 180°)\sin 23° \cos 23°}{\cos 44° \sin(-x)}$$ (6)

[20]

VRAAG 6

Gegee $f(x) = \sin(x - 30°)$ en $g(x) = \cos 3x$ vir $x \in [-90°; 90°]$

6.1 Skryf die periode van *g* neer. (1)

6.2 Gebruik die assestelsel, wat in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien is, om sketsgrafieke van *f* en *g* vir $x \in [-90°; 90°]$ te teken. Toon duidelik al die afsnitte met die asse, die koördinate van al die draaipunte en eindpunte van beide kurwes aan. (6)

6.3 Gebruik die grafieke om die waarde(s) van *x* te bepaal, vir $x \in [-90°; 90°]$, waar:

6.3.1 $f(x) > g(x)$ (2)

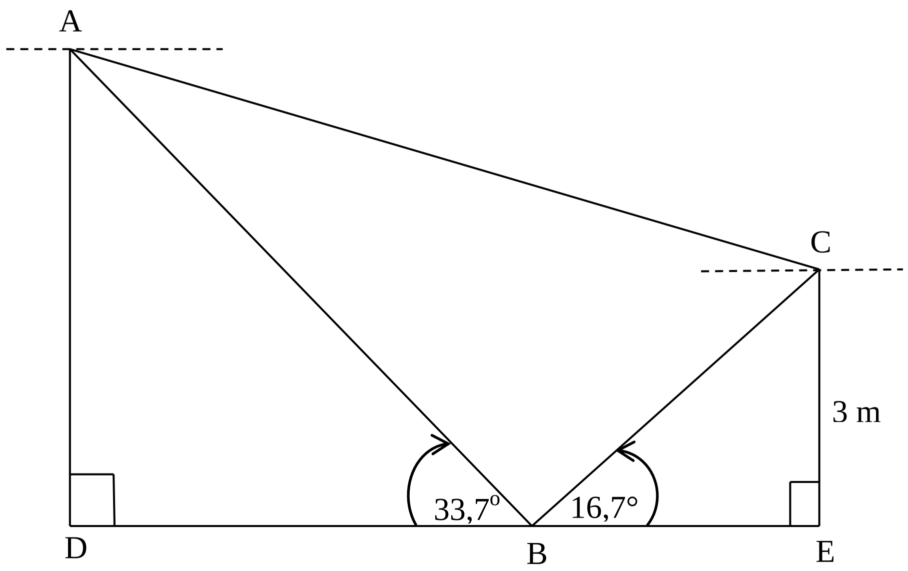
6.3.2 $f(x).\, g(x) > 0$ (2)

6.4 Bepaal die terrein van $h(x) = 3f(x) - 1$. (2)

[13]

VRAAG 7

In die diagram hieronder, is C ʼn punt op die eenkant van die Buffelsrivier en is 3 m bokant die water. A is ʼn punt op die anderkant van die rivier direk oorkant C op ʼn hoër bank. B is ʼn boot op die rivier. A, B en C is in dieselfde vertikale vlak. Die dieptehoek van B vanaf A is 33,7°. Die dieptehoek van C vanaf A is 15,6° en van B vanaf C is 16,7°.



7.1 Bereken die lengte van BC. (3)

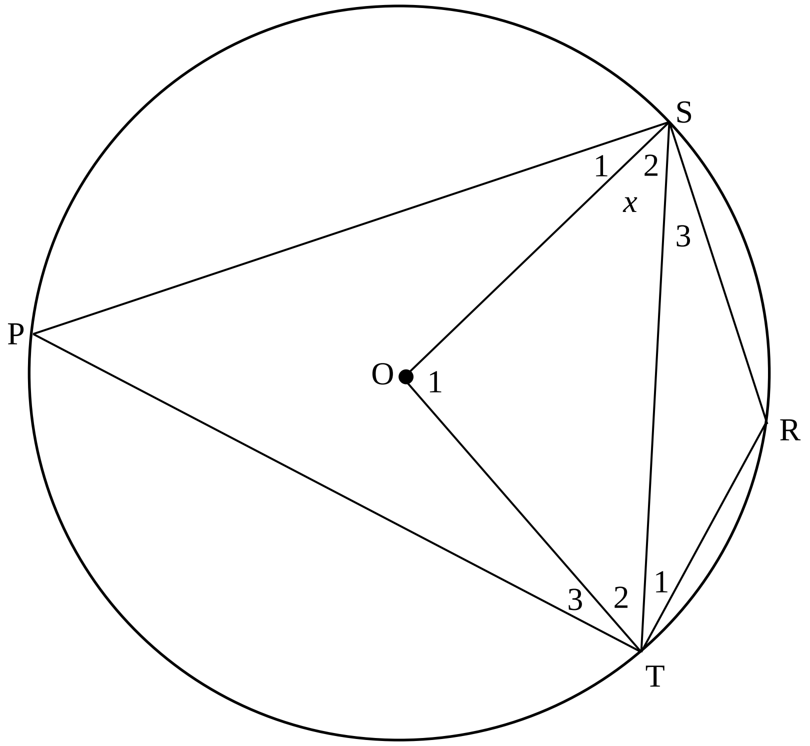
7.2 Bereken die lengte van AB. (3)

7.3 Bereken die lengte van AD. (3)
[9]

Gee redes vir ALLE stellings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel wat deur P, T, R en S gaan. PTRS is ’n koordevierhoek en ST is getrek. $\hat{S}_2 = x$.



8.1 Druk elk van die volgende hoeke (met redes), in terme van *x* uit.

8.1.1 $\hat{O}_1$ (2)

8.1.2 $\hat{P}$ (2)

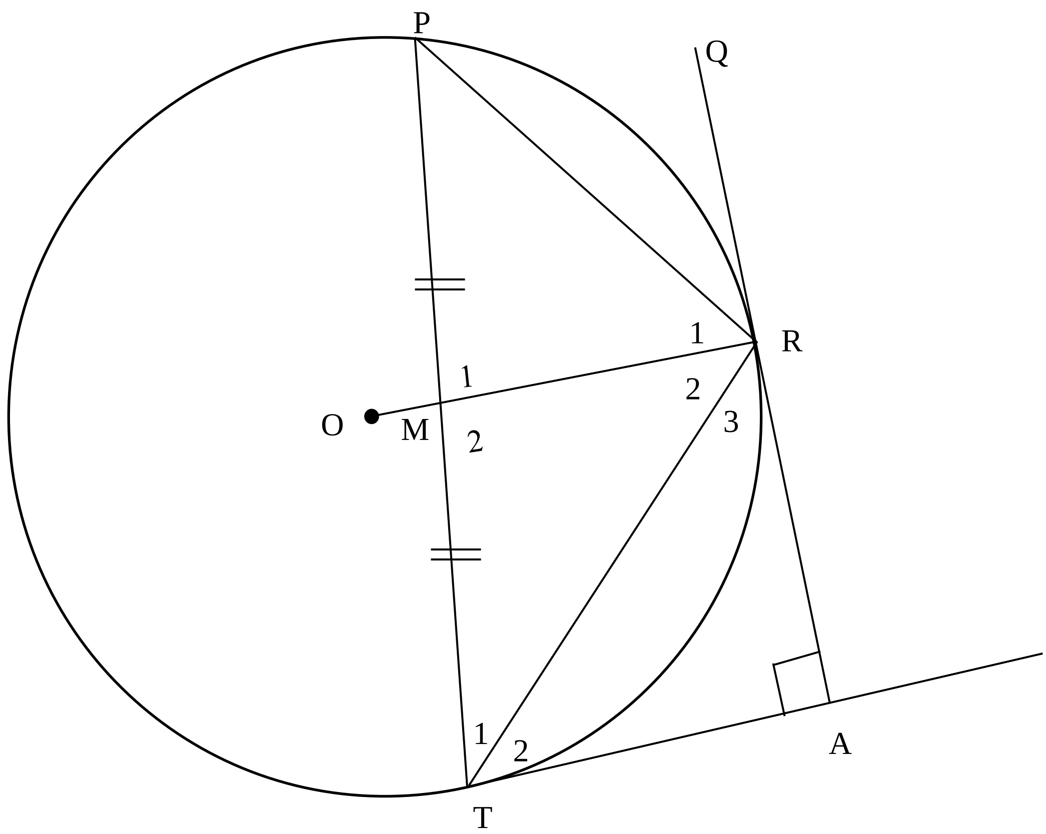
8.1.3 $\hat{R}$ (2)

8.2 Bereken, vervolgens, die waarde van *x* as SOTR ’n parallelogram is. (3)

[9]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is M die middelpunt van koord PT van sirkel met middelpunt O. OR is ʼn radius wat deur M gaan. QR is verleng en sny raaklyn TA by A, sodat TA $\perp$ RA. T en R is verbind.



Bewys, meld redes, dat:

9.1 MTAR ʼn koordevierhoek is (4)

9.2 PR = TR (5)

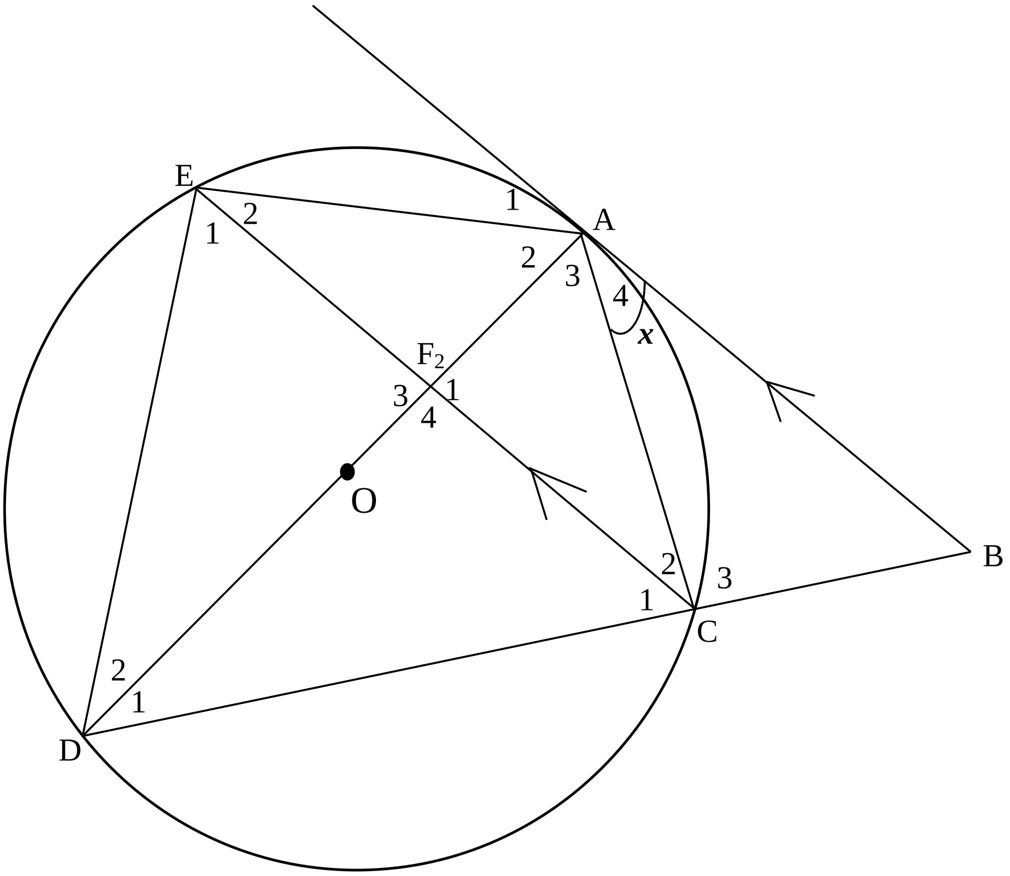
9.3 $\hat{T}_1 = \hat{T}_2$ (3)

[12]

VRAAG 10

10.1 Voltooi die bewoording van die volgende stelling:
As twee driehoeke gelykhoekig is dan is hulle ooreenkomstige sye … en die twee driehoeke is gelykvormig. (1)

10.2 In die figuur hieronder is AB ʼn raaklyn aan die sirkel met middelpunt O.
AC = AO en BA ∥ CE. DC verleng sny raaklyn BA by B.



10.2.1 As $A_4 = x$, bepaal met redes drie ander hoeke elk gelyk aan x. (3)

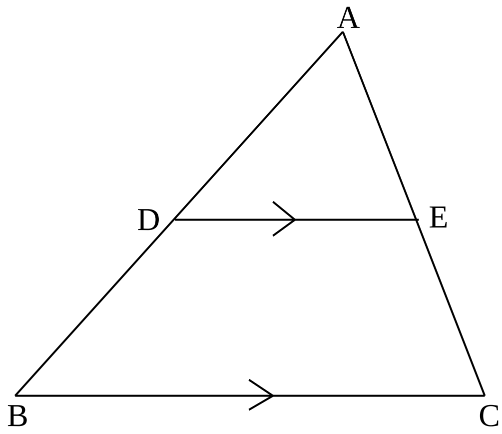
10.2.2 Bewys dat $\Delta ACF \,|||\, \Delta ADC$. (3)

10.2.3 Bewys dat $AF^2 = \frac{AO^2}{AD}$ (4)

[11]

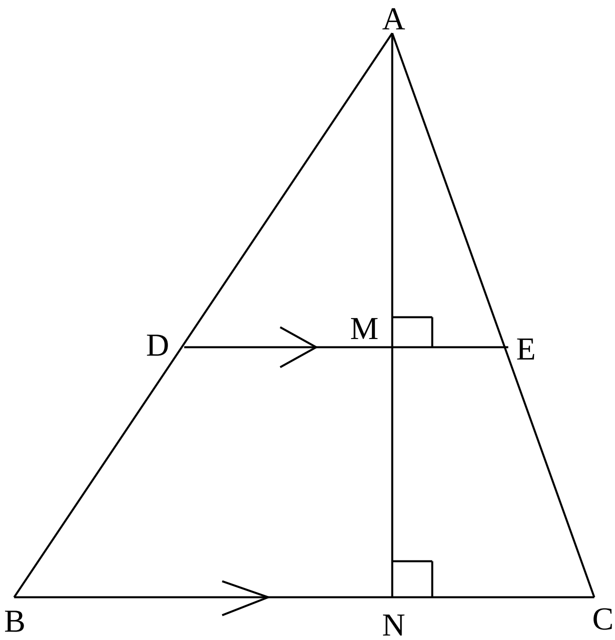
VRAAG 11

11.1 Maak gebruik van die diagram in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys dat as DE $\parallel$ BC dan is $\frac{\text{AD}}{\text{DB}} = \frac{\text{AE}}{\text{EC}}$.



(6)

11.2 In die diagram hieronder is, DE $\parallel$ BC, AN $\perp$ DE en BC. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{2}$.



Skryf die waardes neer van:

11.2.1 $\frac{\text{AM}}{\text{MN}}$ (2)

11.2.2 $\frac{\text{DE}}{\text{BC}}$ (4)

11.2.3 $\frac{\text{area } \Delta\text{ADE}}{\text{area } \Delta\text{ABC}}$ (3)

[15]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\,\Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$