basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2015

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n 25 bladsy-antwoordeboek.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel begin beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Antwoorde alleenlik sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

8. 'n INLIGTINGSBLAD met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die totale vet (in gram, tot die naaste telgetal afgerond) en energie (in kilojoule, tot die naaste 100 afgerond) van 10 items wat by 'n kitskosrestaurant verkoop word.

Vet (in gram)	9	14	25	8	12	31	28	14	29	20
Energie (in kilojoule)	1 100	1 300	2 100	300	1 200	2 400	2 200	1 400	2 600	1 600

1.1 Stel die inligting hierbo in 'n spreidiagram voor deur die rooster te gebruik wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (3)

1.2 Die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn is $\hat{y} = 154,60 + 77,13x$.

1.2.1 'n Item by die restaurant bevat 18 gram vet. Bereken hoeveel (getal) kilojoule energie hierdie item sal verskaf. Gee jou antwoord tot die naaste 100 kJ afgerond. (2)

1.2.2 Trek die kleinstekwadrate-regressielyn op die spreidiagram wat vir VRAAG 1.1 geteken is. (2)

1.3 Identifiseer 'n uitskieter in die datastel. (1)

1.4 Bereken die waarde van die korrelasiekoëffisiënt. (2)

1.5 Lewer kommentaar op die sterkte van die verband tussen die vetinhoud en die hoeveelheid (getal) kilojoule energie. (1)

[11]

VRAAG 2

'n Groep van 30 leerders het elkeen willekeurig twee dobbelstene een keer gerol en die som van die waardes op die boonste vlakke van die dobbelstene is aangeteken. Die data word in die frekwensietabel hieronder getoon.

Som van die waardes op boonste vlakke	**Frekwensie**
2	0
3	3
4	2
5	4
6	4
7	8
8	3
9	2
10	2
11	1
12	1

2.1 Bereken die gemiddelde van die data. (2)

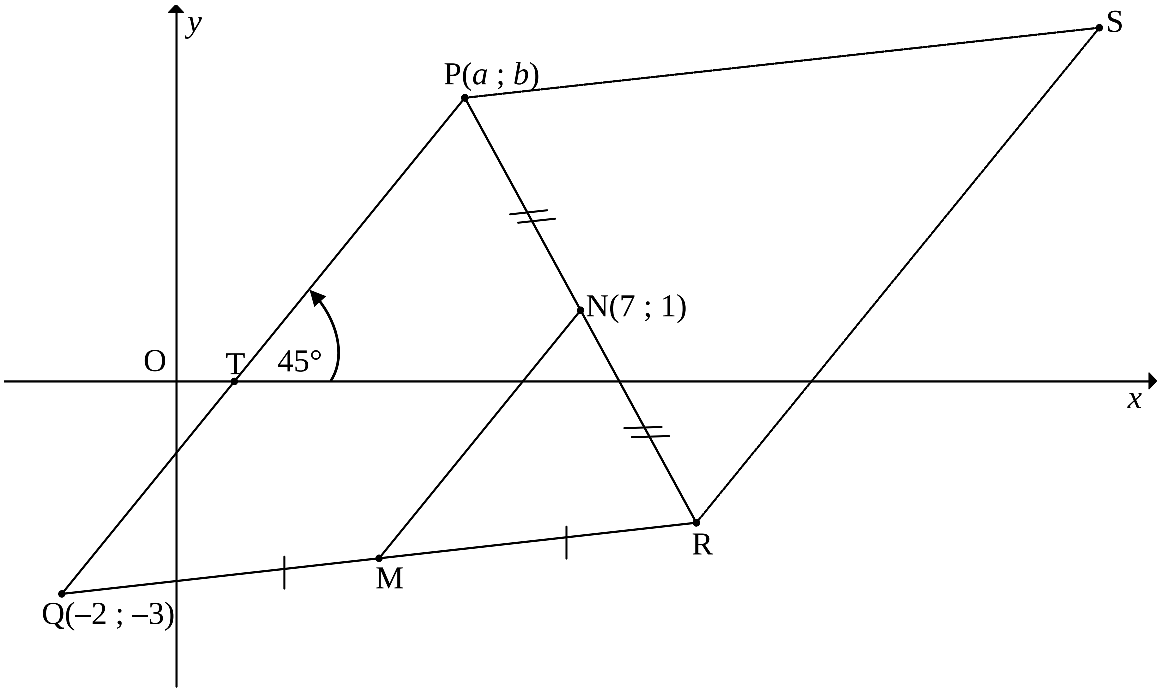
2.2 Bepaal die mediaan van die data. (2)

2.3 Bepaal die standaardafwyking van die data. (2)

2.4 Bepaal hoeveel keer die som van die aangetekende waardes van die dobbelstene binne EEN standaardafwyking vanaf die gemiddelde is. Toon jou berekeninge. (3)
[9]

VRAAG 3

In die diagram hieronder vorm die lyn wat Q(–2 ; –3) en P(a ; b), a en $b > 0$, verbind, 'n hoek van 45° met die positiewe x-as. QP = $7\sqrt{2}$ eenhede. N(7 ; 1) is die middelpunt van PR en M is die middelpunt van QR.

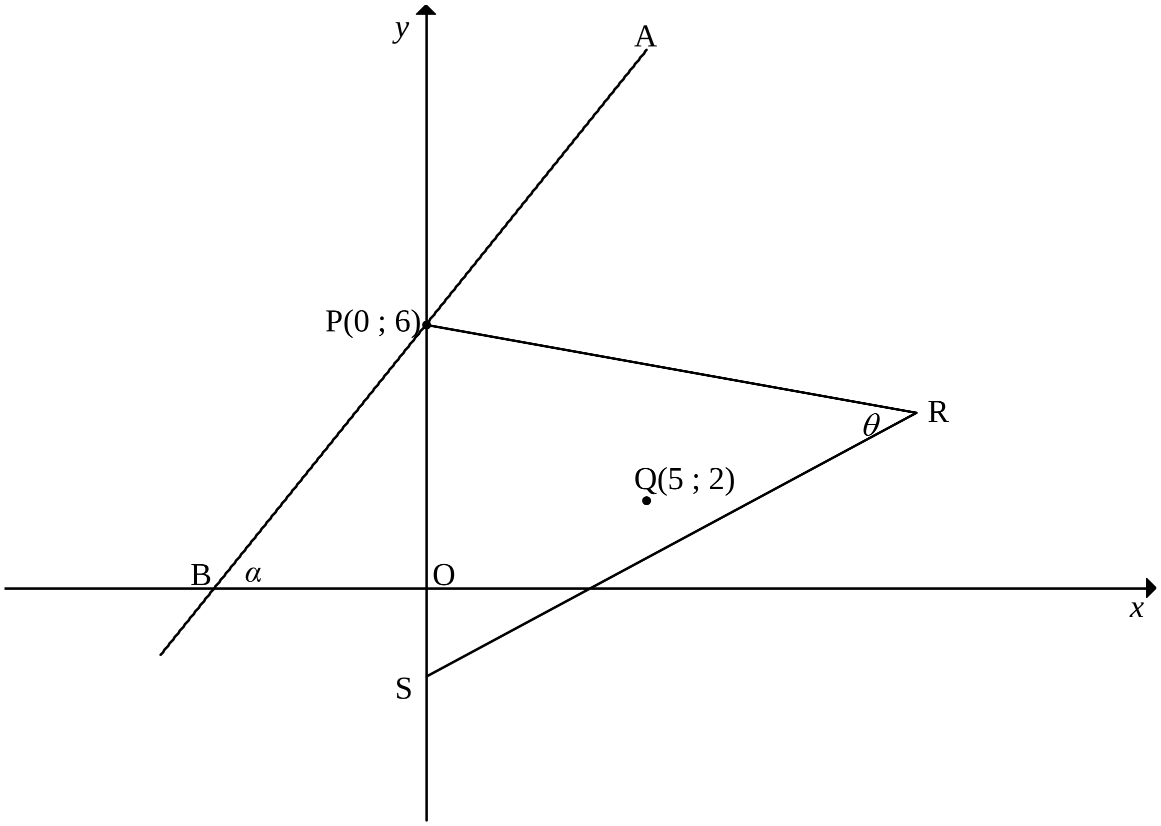


Bepaal:

3.1	Die gradiënt van PQ	(2)
3.2	Die vergelyking van MN in die vorm $y = mx + c$ en gee redes	(4)
3.3	Die lengte van MN	(2)
3.4	Die lengte van RS	(1)
3.5	Die koördinate van S sodat PQRS, in hierdie volgorde, 'n parallelogram is	(3)
3.6	Die koördinate van P	(6)
		[18]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is Q(5 ; 2) die middelpunt van 'n sirkel wat die y-as by P(0 ; 6) en S sny. Die raaklyn APB by P sny die x-as by B en vorm die hoek α met die positiewe x-as. R is 'n punt op die sirkel en $P\hat{R}S = \theta$.



4.1	Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.	(3)
4.2	Bereken die koördinate van S.	(3)
4.3	Bepaal die vergelyking van die raaklyn APB in die vorm $y = mx + c$.	(4)
4.4	Bereken die grootte van α.	(2)
4.5	Bereken, met redes, die grootte van θ.	(4)
4.6	Bereken die oppervlakte van ΔPQS.	(4)
		[20]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\sin 23° = \sqrt{k}$, bepaal, in die eenvoudigste vorm, die waarde van elk van die volgende in terme van k, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik:

5.1.1 sin 203° (2)

5.1.2 cos 23° (3)

5.1.3 tan(–23°) (2)

5.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese funksie:

$$\frac{4\cos(-x).\cos(90° + x)}{\sin(30° - x).\cos x + \cos(30° - x).\sin x}$$ (6)

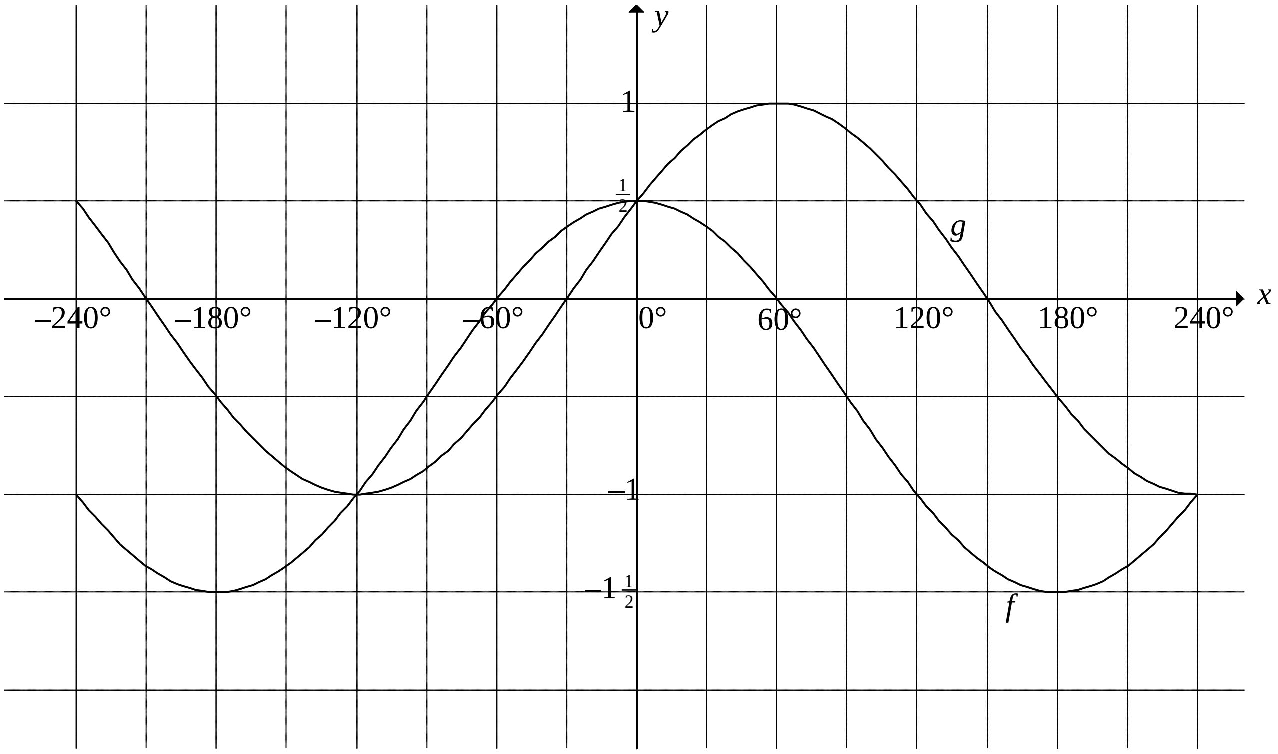
5.3 Bepaal die algemene oplossing van $\cos 2x - 7\cos x - 3 = 0$. (6)

5.4 Gegee dat $\sin\theta = \frac{1}{3}$, bereken die numeriese waarde van $\sin 3\theta$, SONDER om 'n sakrekenaar te gebruik. (5)

[24]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \cos x + q$ en $g(x) = \sin(x + p)$ op dieselfde assestelsel vir $-240° \leq x \leq 240°$ geskets. Die grafieke sny by $\left(0° ; \frac{1}{2}\right)$, $(-120° ; -1)$ en $(240° ; -1)$.



6.1 Bepaal die waardes van p en q. (4)

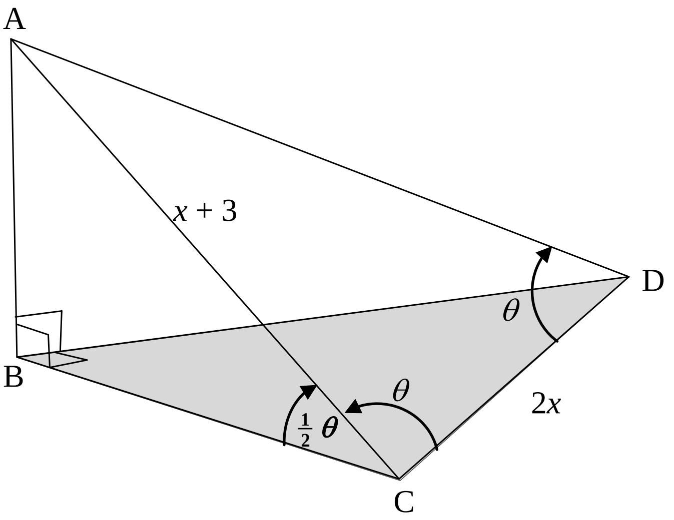
6.2 Bepaal die waardes van x, in die interval $-240° \leq x \leq 240°$, waarvoor $f(x) > g(x)$. (2)

6.3 Beskryf 'n transformasie wat die grafiek van g moet ondergaan om die grafiek van h, waar $h(x) = -\cos x$ te vorm. (2)

[8]

VRAAG 7

'n Hoek van 'n reghoekige blok hout word afgesny en in die diagram hieronder getoon.
Die skuinsvlak, dit is ΔACD, is 'n gelykbenige driehoek met $A\hat{D}C = A\hat{C}D = \theta$.
Verder is $A\hat{C}B = \frac{1}{2}\theta$, AC = $x + 3$ en CD = $2x$.



7.1 Bepaal 'n uitdrukking vir $C\hat{A}D$ in terme van θ. (1)

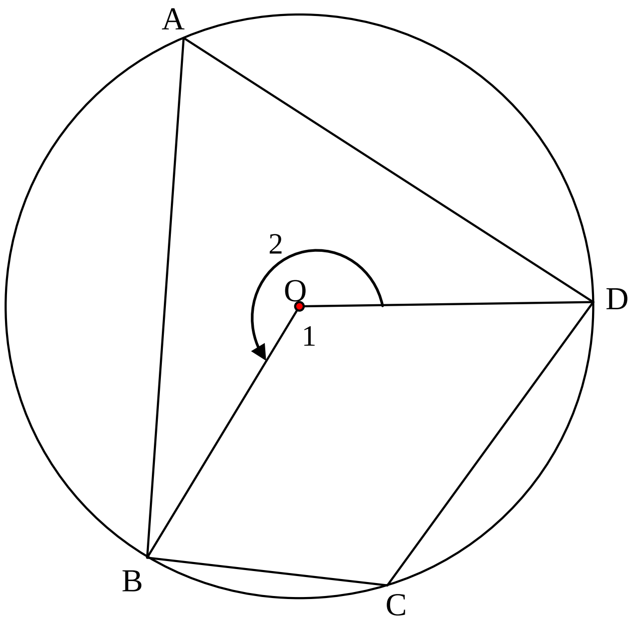
7.2 Bewys dat $\cos\theta = \dfrac{x}{x+3}$. (4)

7.3 As verder gegee word dat $x = 2$, bereken AB, die hoogte van die stuk hout. (5)
[10]

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAAG 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

8.1 In die diagram hieronder is koordevierhoek ABCD in die sirkel met middelpunt O getrek.

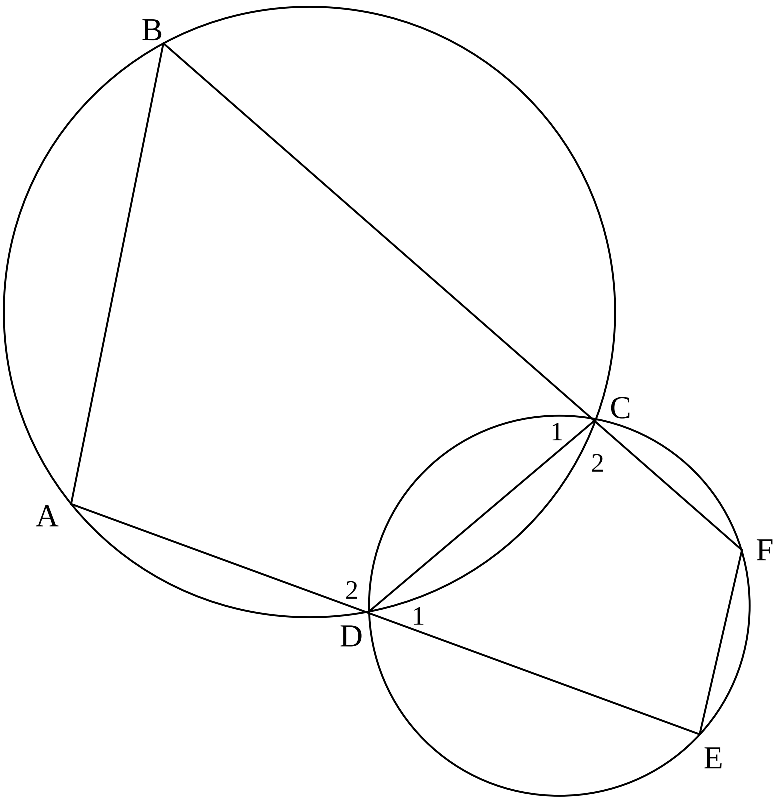


8.1.1 Voltooi die volgende stelling:

Die hoek wat deur 'n koord by die middelpunt van 'n sirkel onderspan word, is … die hoek wat deur dieselfde koord op die omtrek van 'n sirkel onderspan word. (1)

8.1.2 Gebruik VRAAG 8.1.1 om te bewys dat $\hat{A} + \hat{C} = 180°$. (3)

8.2 In die diagram hieronder is CD 'n gemeenskaplike koord van die twee sirkels. Reguitlyne ADE en BCF is getrek. Koorde AB en EF is getrek.

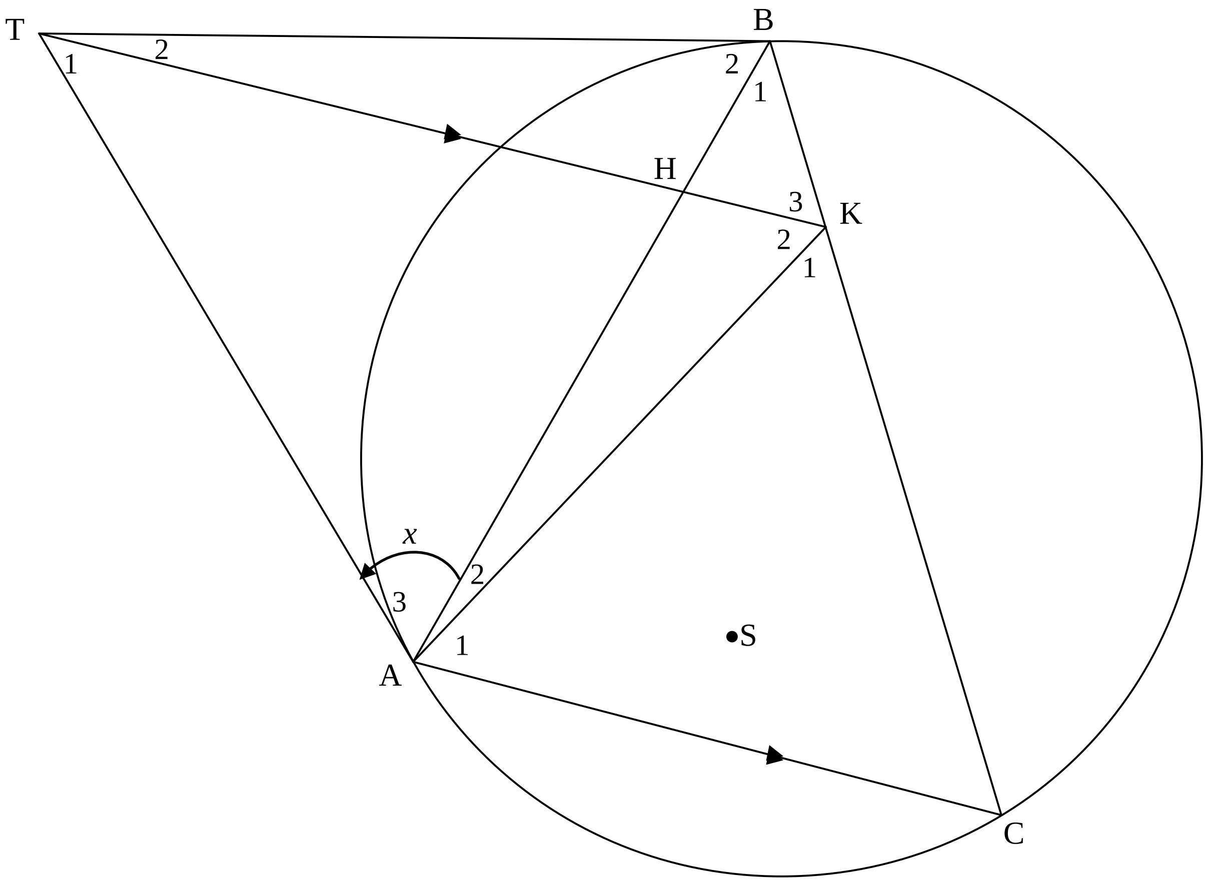


Bewys dat EF | | AB. (5)

[9]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is ΔABC in die sirkel getrek. TA en TB is raaklyne aan die sirkel. Die reguitlyn THK is ewewydig aan AC met H op BA en K op BC. AK is getrek. Gestel $\hat{A}_3 = x$.



9.1 Bewys dat $\hat{K}_3 = x$. (4)

9.2 Bewys dat AKBT 'n koordevierhoek is. (2)

9.3 Bewys dat TK vir $A\hat{K}B$ halveer. (4)

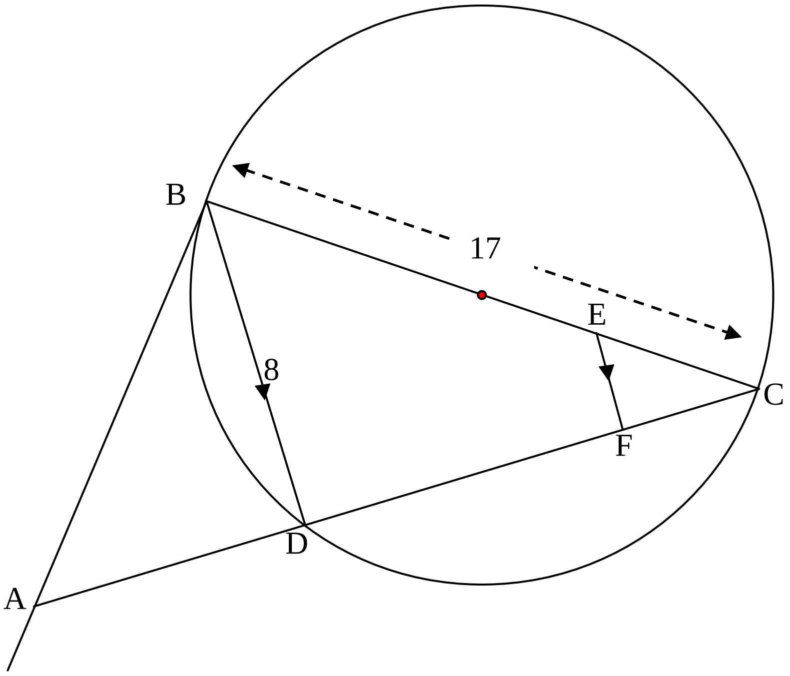
9.4 Bewys dat TA 'n raaklyn aan die sirkel is wat deur die punte A, K en H gaan. (2)

9.5 S is 'n punt binne die sirkel sodat die punte A, S, K en B konsiklies is. Verduidelik waarom A, S, B en T ook konsiklies is. (2)

[14]

VRAAG 10

In die diagram hieronder is BC = 17 eenhede, waar BC 'n middellyn van die sirkel is. Die lengte van koord BD is 8 eenhede. Die raaklyn by B ontmoet CD verleng by A.



10.1 Bereken, met redes, die lengte van DC. (3)

10.2 E is 'n punt op BC sodat BE : EC = 3 : 1. EF is ewewydig aan BD met F op DC.

10.2.1 Bereken, met redes, die lengte van CF. (3)

10.2.2 Bewys dat $\Delta BAC \,|||\, \Delta FEC$. (5)

10.2.3 Bereken die lengte van AC. (4)

10.2.4 Skryf neer, met redes, die radius van die sirkel wat deur punt A, B en C gaan. (2)

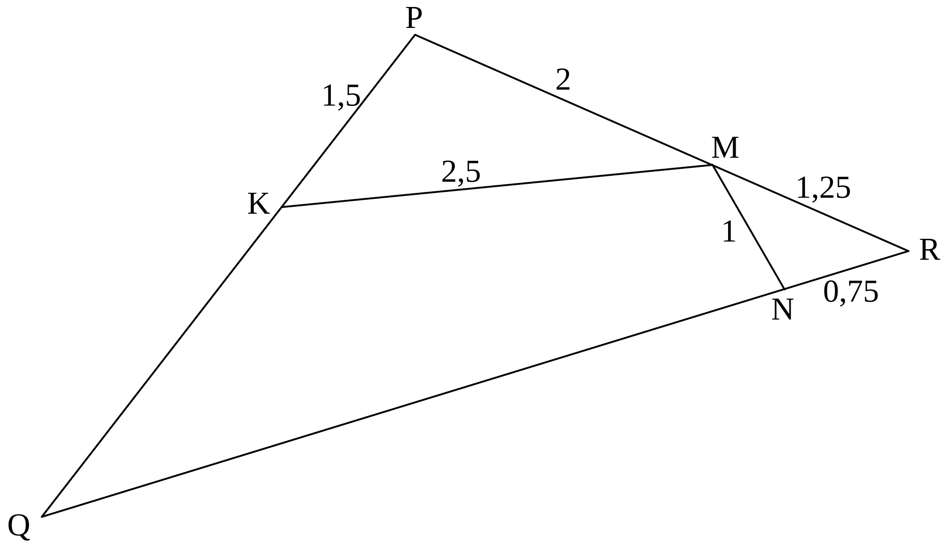
[17]

VRAAG 11

11.1 Voltooi die volgende stelling:

As die sye van twee driehoeke in dieselfde verhouding is, dan is die driehoeke ... (1)

11.2 In die diagram hieronder is K, M en N onderskeidelik punte op sye PQ, PR en QR van ΔPQR. KP = 1,5; PM = 2; KM = 2,5; MN = 1; MR = 1,25 en NR = 0,75.



11.2.1 Bewys dat $\Delta KPM \,|||\, \Delta RNM$. (3)

11.2.2 Bepaal die lengte van NQ. (6)

[10]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$area\,\Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou