

**GAUTENG PROVINCE**  
EDUCATION  
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

**GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS**  
**VOORBEREIDENDE EKSAMEN**

**2018**

**10612**

**WISKUNDE**  
**VRAESTEL 2**

**TYD: 3 uur**

**PUNTE: 150**

**15 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordboek van 21 bladsye**

WISKUNDE: Vraestel 2  
1061A



10612A

**X10**



**GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS**  
**VOORBEREIDENDE EKSAMEN**

**WISKUNDE**  
**(Vraestel 2)**

**TYD: 3 uur**

**PUNTE: 150**

---

---

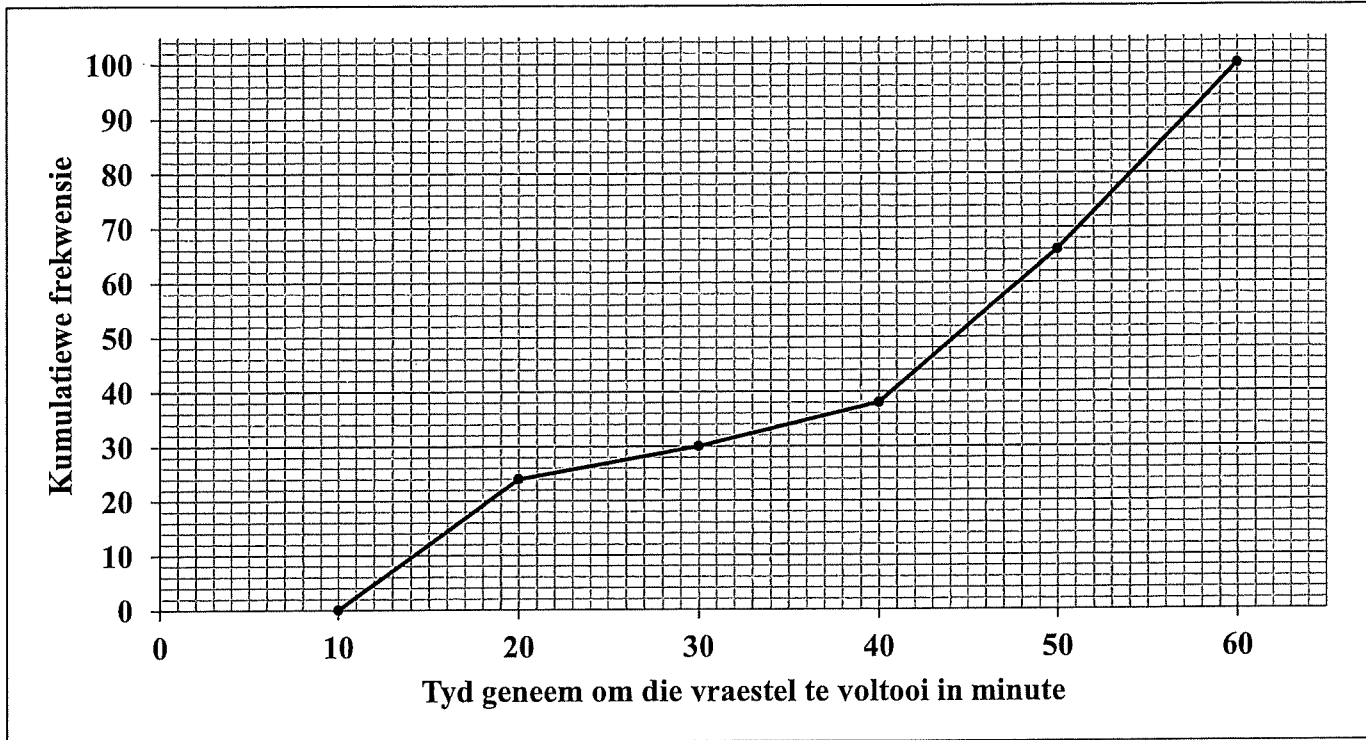
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n INLIGTINGSBLAD met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In 'n Wiskunde kompetisie was die verwagting dat leerders 'n meervoudige keuse vraestel moet beantwoord. Die tyd wat geneem is deur die leerders tot die naaste minuut om die vraestel te voltooi, is aangeteken en data is verkry. Die kumulatiewe frekwensiegrafiek wat die tydsduur vir die voltooiing van die vraestel aandui, word hieronder gegee.



'n Onvolledige frekwensietabel vir die data word hieronder gegee.

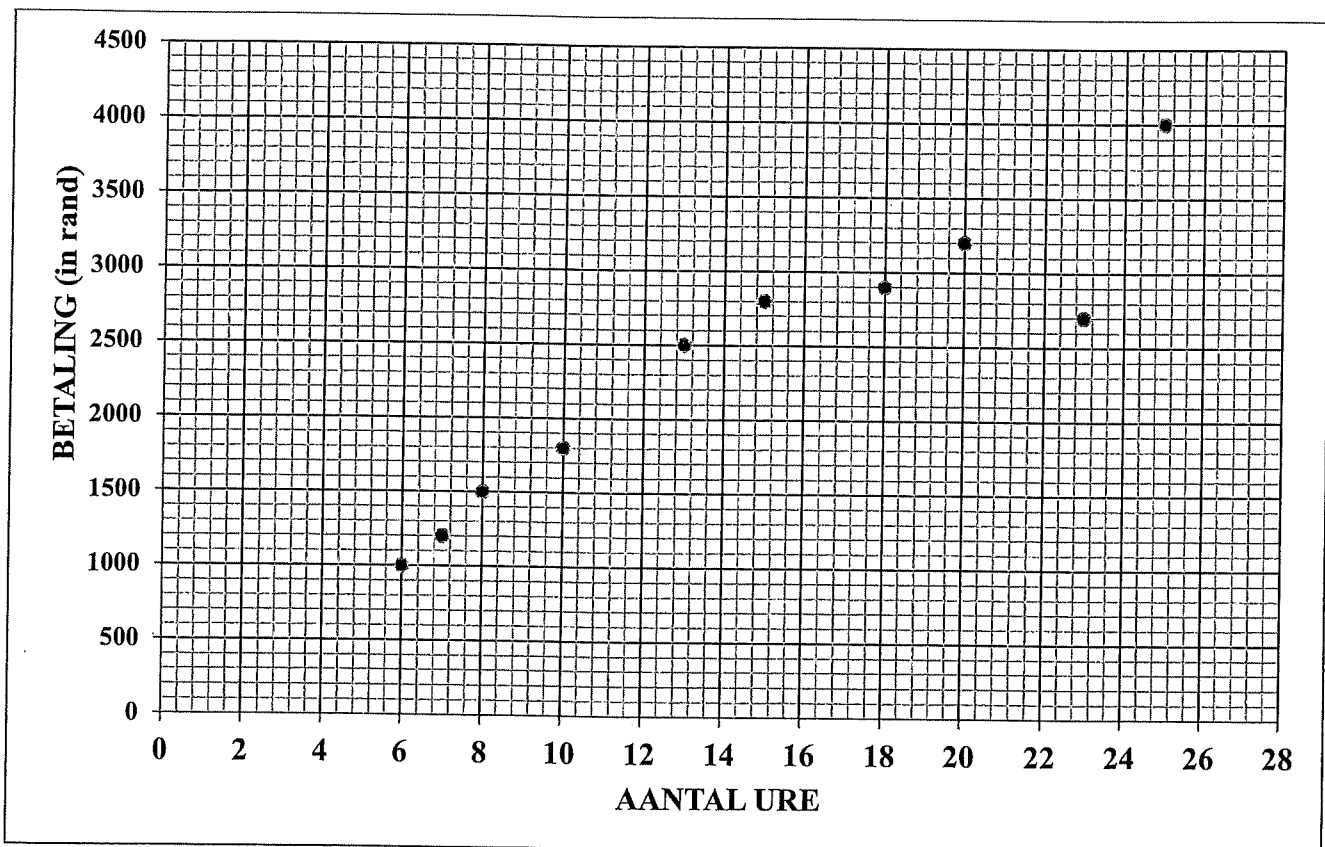
Tyd geneem om die vraestel te voltooi in minute	$10 \leq x < 20$	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$	$40 \leq x < 50$	$50 \leq x < 60$
Frekwensie	$a$	6	8	28	34

- 1.1 Bepaal die waarde van  $a$  in die frekwensietabel. (2)
  - 1.2 Hoeveel leerders het die vraestel geskryf? (1)
  - 1.3 Identifiseer die modale klas van die data. (1)
  - 1.4 Bereken:
    - 1.4.1 Die beraamde gemiddelde tyd, in minute, wat geneem is om die vraestel te voltooi (3)
    - 1.4.2 Die aantal leerders wat langer as 35 minute geneem het om die vraestel te voltooi (2)
- [9]**

VRAAG 2

'n Groep studente het tydelike werk verrig vir 'n maatskappy. Die aantal ure wat die studente gewerk het en die betaling (in rand) ontvang vir die voltooide werk word in die tabel hieronder getoon. Die spreidiagram vir die data is geteken.

Aantal ure gewerk	6	7	8	10	13	15	18	20	23	25
Betaling(in rand)	1000	1200	1500	1800	2500	2800	2900	3200	2700	4000

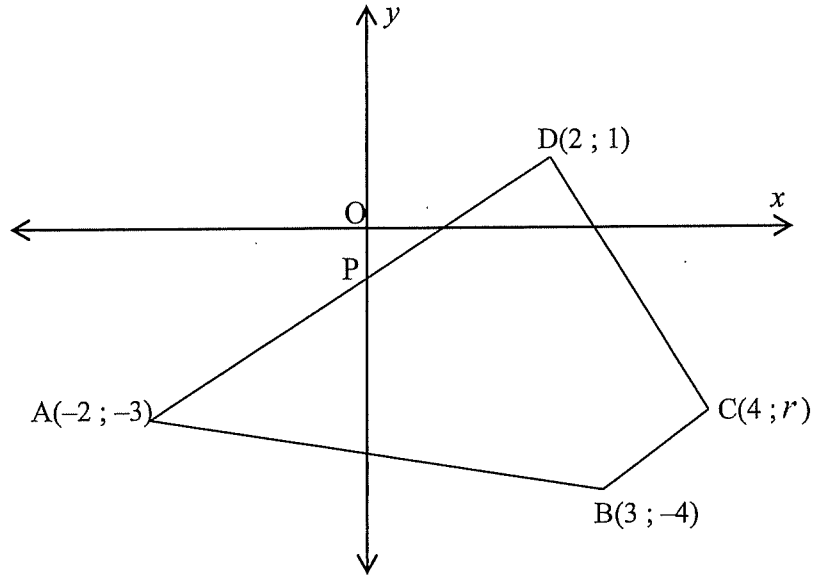


- 2.1 Bereken die standaardafwyking van die aantal ure gewerk. (1)
- 2.2 Bereken die aantal ure wat 'n student moes werk ten einde 'n betaling te ontvang wat meer as een standaardafwyking bo die gemiddelde is. (3)
- 2.3 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrante-regressielyn van die data. (3)
- 2.4 Mapula het vir 11,5 ure gewerk, maar dit was nie aangedui in die oorspronklike data nie. Bereken die moontlike bedrag wat die maatskappy Mapula moet betaal. (2)
- 2.5 Gebruik die spreidiagram om 'n uitskieter te identifiseer en gee 'n moontlike rede waarom die punt 'n uitskieter is. (2)

[11]

VRAAG 3

- 3.1 In die diagram hieronder, is punte  $A(-2 ; -3)$ ,  $B(3 ; -4)$ ,  $C(4 ; r)$  en  $D(2 ; 1)$  die hoekpunte van vierhoek ABCD. P is die middelpunt van lyn AD.

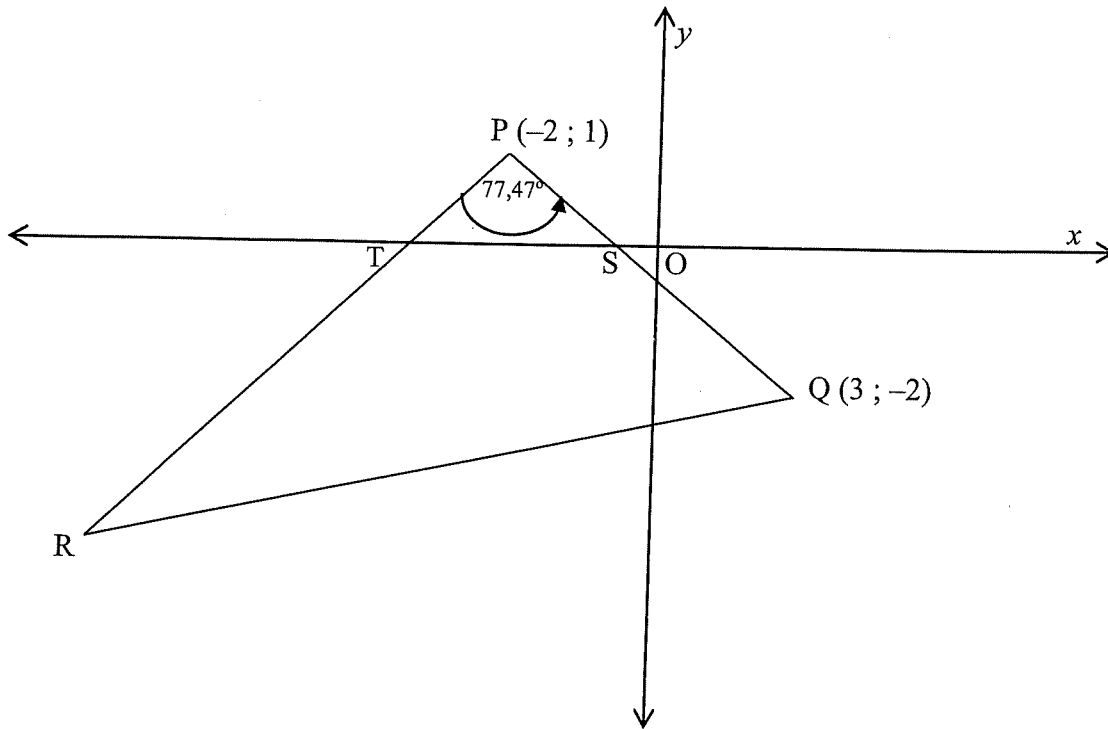


- 3.1.1 Bereken die waarde van  $r$  as  $AD \parallel BC$ . (4)
- 3.1.2 Watter tipe vierhoek is ABCD? (1)
- 3.1.3 Bepaal die koördinate van P. (2)
- 3.1.4 Bewys dat  $BP \perp AD$ . (2)
- 3.1.5 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur PBA gaan in die vorm  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . (5)
- 3.1.6 Bereken die maksimum radius van die sirkel met die vergelyking  $x^2 + y^2 - 2x \cos \theta - 4y \cos \theta = -2$  vir enige waarde van  $\theta$ . (5)

3.2

In die diagram hieronder, is punte  $P(-2 ; 1)$  en  $Q(3 ; -2)$  gegee en  $R$  is 'n punt in die derde kwadrant.  $PQ$  en  $PR$  sny die  $x$ -as by  $S$  en  $T$  onderskeidelik.

$$\hat{QPR} = 77,47^\circ$$



3.2.1 Bepaal die vergelyking van  $PQ$  in die vorm  $ax + by + c = 0$

(3)

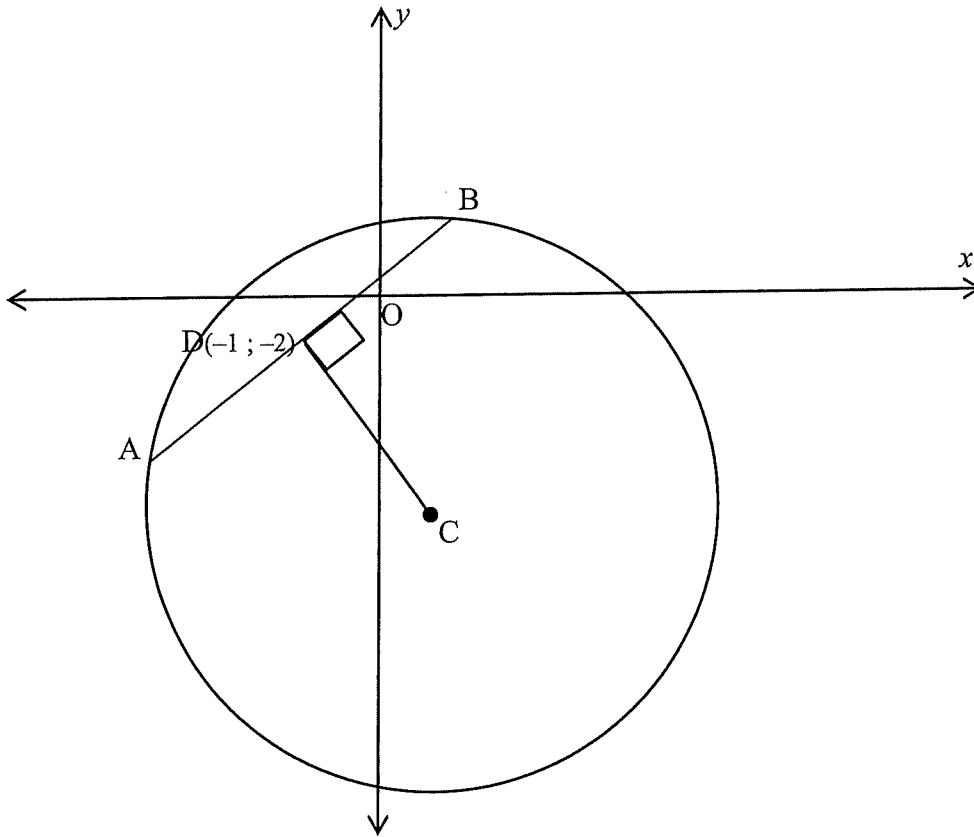
3.2.2 Bepaal die vergelyking van  $PR$  in die vorm  $y = mx + c$ .

(6)

[28]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, is AB 'n koord van die sirkel met middelpunt C.  $D(-1; -2)$  is die middelpunt van AB.  $DC \perp AB$ . Die vergelyking van die sirkel is  $x^2 + y^2 + 6y = 4x + 12$ .



- 4.1 Bepaal die koördinate van C. (3)
- 4.2 Bepaal die radius van die sirkel. (1)
- 4.3 Bereken die lengte van AB. (5)
- 4.4 Bereken die oppervlakte van  $\triangle ABC$ . (3)
- [12]**

VRAAG 5

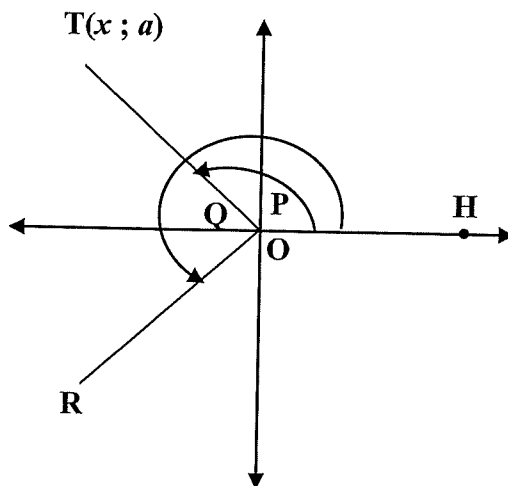
5.1 Vereenvoudig die volgende uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese funksie.

$$\frac{\sin x \cdot \sin(90^\circ + y) - \cos x \cdot \sin(180^\circ + y)}{\cos x \cdot \cos(y - 360^\circ) + \sin(-x) \sin y} \quad (6)$$

5.2 Gegee:  $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

5.2.1 Bewys dat  $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$  (2)

5.2.2 In die diagram is T 'n punt sodat  $\widehat{HOT} = P$  en  $\sin P = a$ . T word gereflekteer om die x-as na R sodat  $\widehat{HOR} = Q$



(a) Bepaal die koördinate van T in terme van  $a$ . (2)

(b) Skryf die koördinate van R in terme van  $a$  neer. (2)

(c) Bereken  $\cos(P + Q)$ . (2)

(d) Vervolgens bewys dat  $P + Q = 360^\circ$ . (1)

5.3 Gegee:  $\cos \theta = d$

5.3.1 Skryf die waardes van  $d$  neer sodat  $\cos \theta$  gedefinieerd is. (2)

5.3.2 Bepaal die algemene oplossing vir  $\theta$  as:

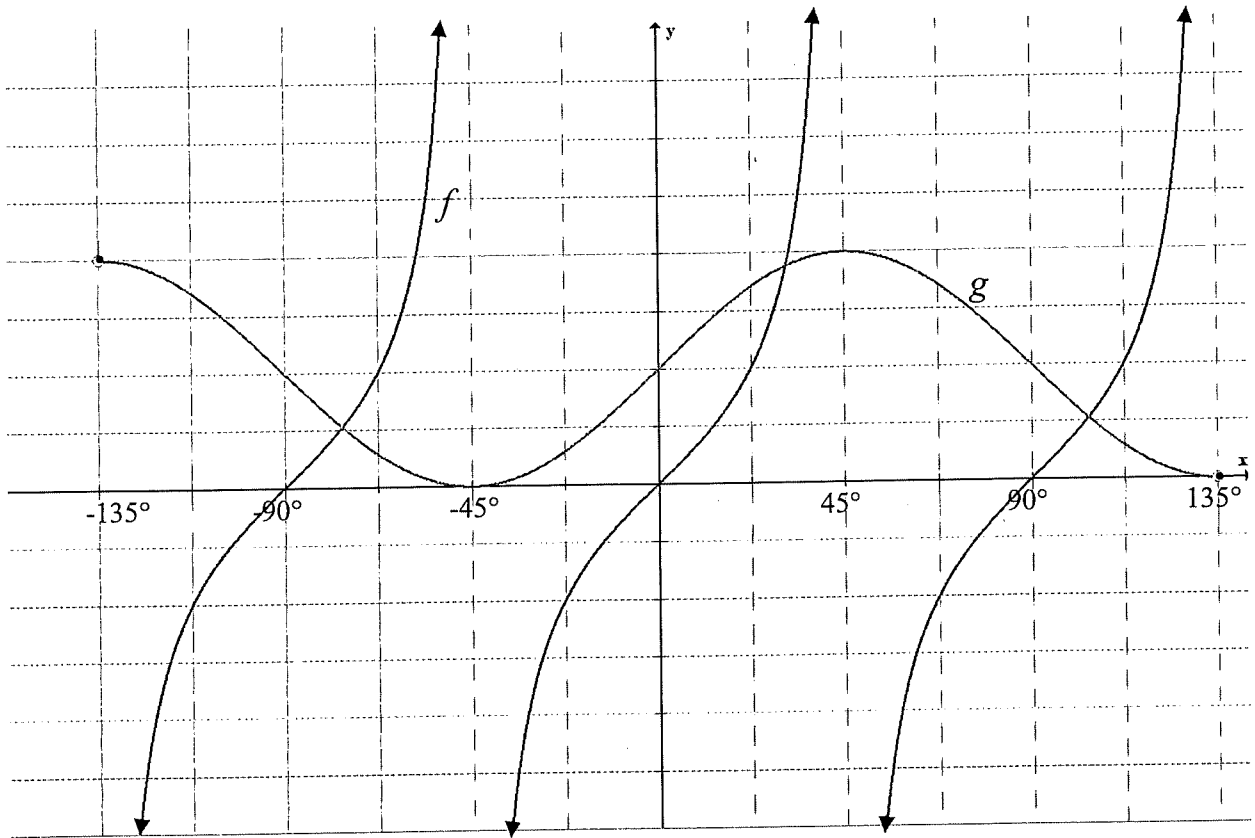
$$\cos \theta = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{5}{6} \quad (6)$$

[23]



VRAAG 6

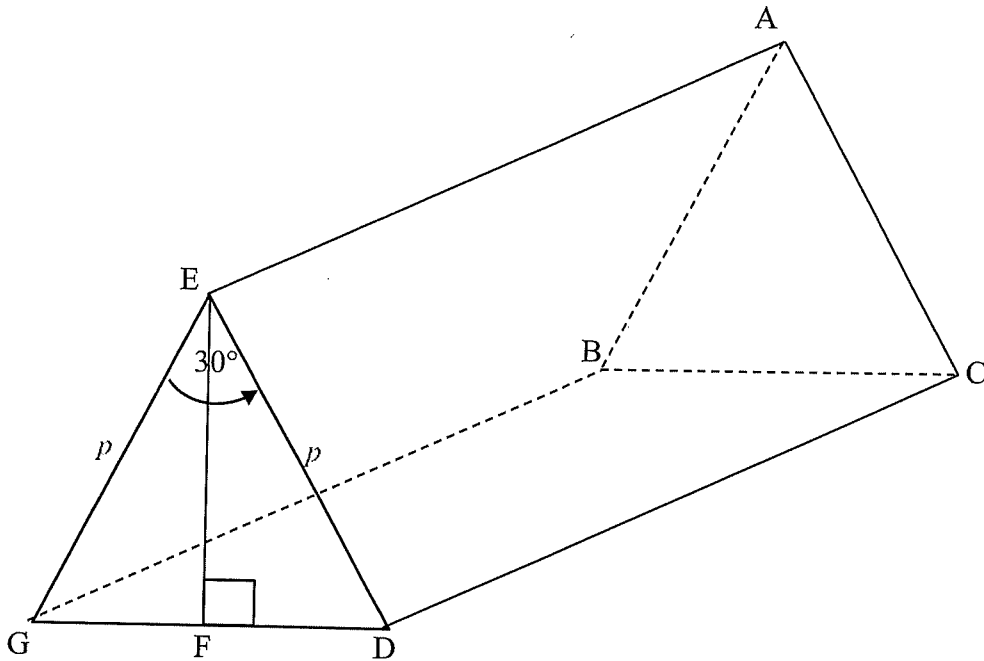
Die funksies  $f(x) = \tan 2x$  en  $g(x) = 1 + \sin 2x$  is geskets vir  $x \in [-135^\circ; 135^\circ]$ .



- 6.1 Skryf die vergelyking van die asimptoot neer in die interval  $x \in [-135^\circ; 0^\circ]$ . (1)
- 6.2 As  $h(x) = \frac{\sin x - 2\sin^3 x}{2\sin^2 x \cdot \cos x}$ , bepaal  $h$  in terme van  $f$ . (4)
- 6.3 Bepaal die vergelyking van  $p$  in eenvoudigste vorm, as grafiek  $g$  getransleer word deur die  $y$ -as  $45^\circ$  na regs te skuif. (3)
- 6.4 Bepaal die waardes van  $x$  waarvoor  $(\tan 2x)(-1 - \sin 2x) \leq 0$  vir  $x \in [-135^\circ; 0^\circ]$ . (3)
- [11]

VRAAG 7

Die gegewe figuur verteenwoordig 'n dak in die vorm van 'n driehoekige prisma. Die balke EG en ED het lengte  $p$  meter.  $EF \perp GD$  en  $\hat{G}ED = 30^\circ$ .



Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

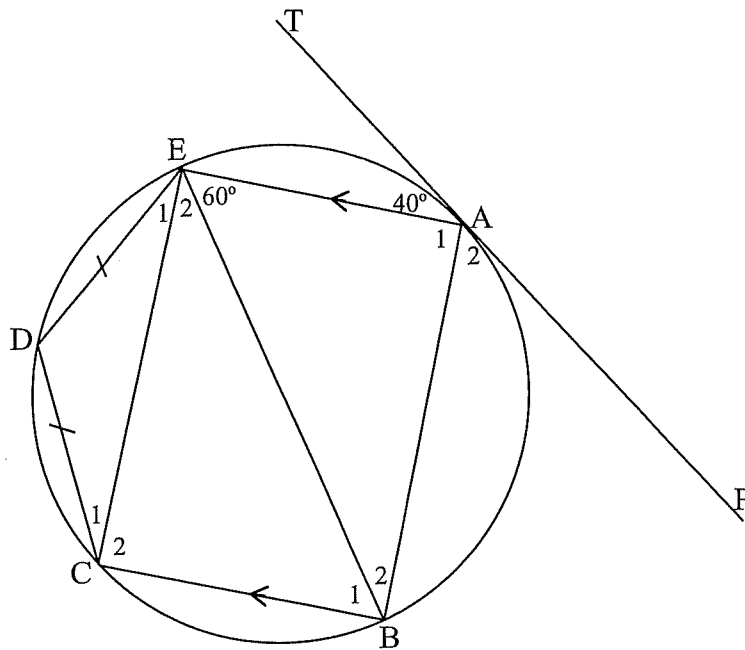
7.1 Bewys dat  $GD^2 = p^2(2 - \sqrt{3})$ . (3)

7.2 Vervolgens, bepaal die waarde van CD in terme van  $p$ , as  $\hat{C}GD = 60^\circ$ . (3)  
[6]

GEE REDES VIR ALLE BEWERINGE EN BEREKENINGE IN VRAE 8, 9, 10 EN 11.

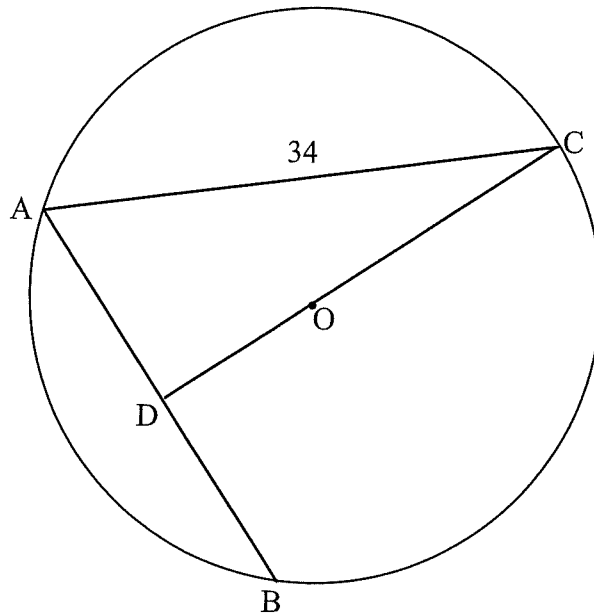
VRAAG 8

In die diagram hieronder, is TAP 'n raaklyn aan sirkel ABCDE by A.  $AE \parallel BC$  en  $DC = DE$ .  
 $\hat{TAE} = 40^\circ$  en  $\hat{AEB} = 60^\circ$ .



- 8.1 Identifiseer TWEE koordevierhoeke. (2)
- 8.2 Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:
- 8.2.1  $\hat{B}_2$  (2)
- 8.2.2  $\hat{B}_1$  (2)
- 8.2.3  $\hat{D}$  (2)
- 8.2.4  $\hat{E}_1$  (3)

- 8.3 In die diagram hieronder, word radius CO verleng om koord AB by D te sny.  
CA = 34 mm en AB = 40 mm

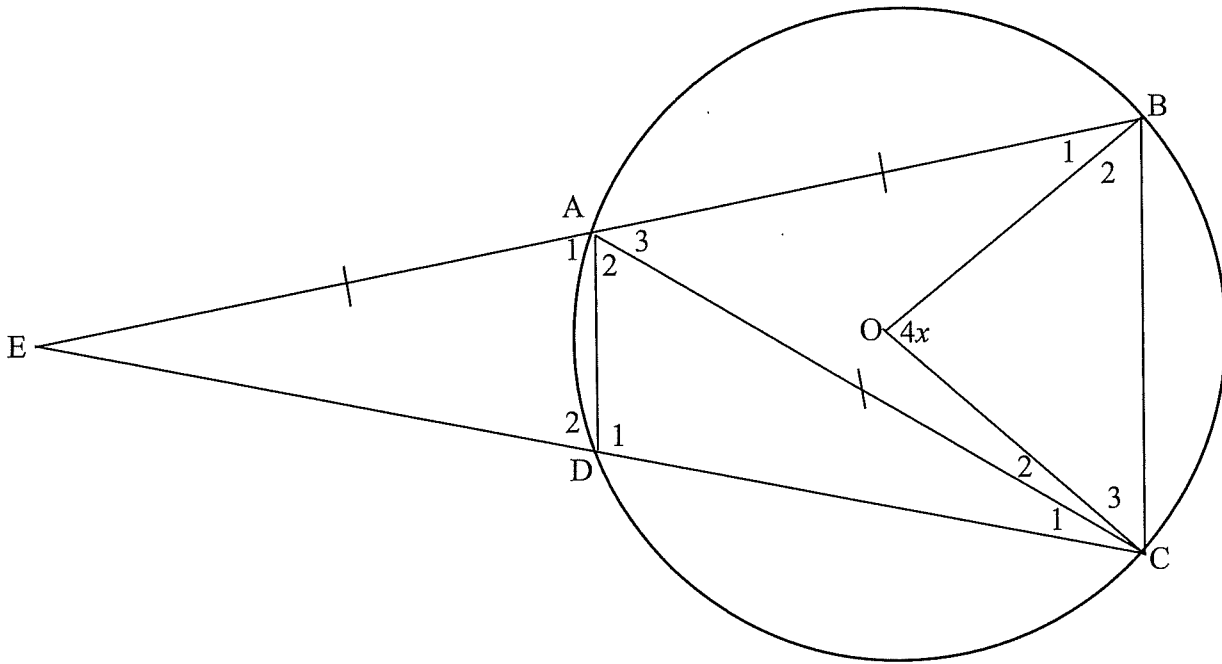


Bereken die grootte van  $\hat{C}$ .

(4)  
[15]

VRAAG 9

In die diagram hieronder, is O die middelpunt van die sirkel. ABCD is 'n koordevierhoek. BA en CD word verleng om by E te sny met  $AB = AE = AC$ .



Bepaal in terme van  $x$ :

9.1  $\hat{B}_2$  (2)

9.2  $\hat{E}$  (5)

9.3  $\hat{C}_2$  (3)

9.4 As  $\hat{E} = \hat{C}_2 = x$ , bewys dat ED 'n middellyn van sirkel AED is. (4)

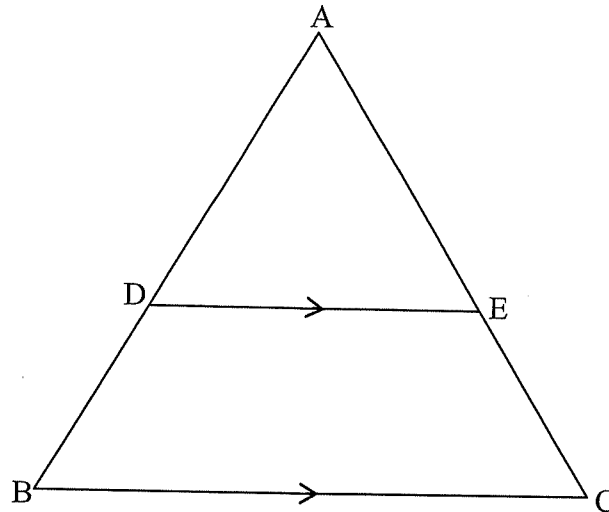
[14]

VRAAG 10

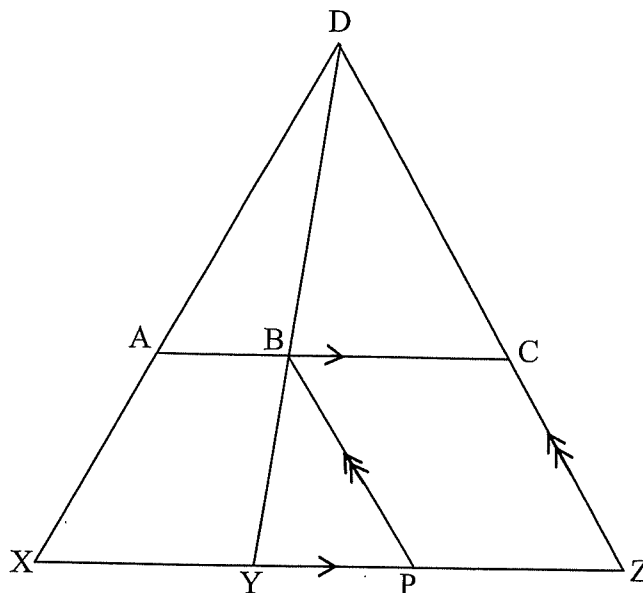
10.1 In  $\triangle ABC$  hieronder is D en E punte op AB en AC onderskeidelik sodat  $DE \parallel BC$ .

Bewys die stelling wat beweer dat  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ .

(6)



10.2 In  $\triangle DXZ$  hieronder is  $AC \parallel XZ$  en  $BP \parallel DZ$ . DY word getrek om AC by B te sny.

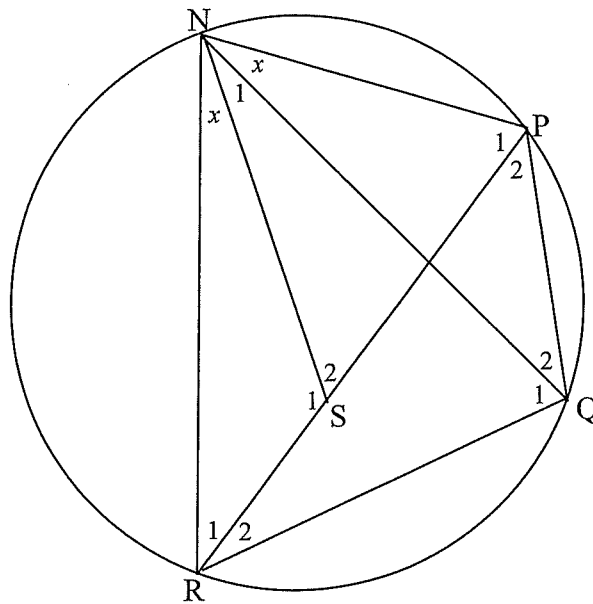


Bewys dat:  $\frac{BC}{YZ} = \frac{DA}{DX}$

(5)  
[11]

VRAAG 11

In die diagram hieronder, is NPQR 'n koordevierhoek met S 'n punt op koord PR. N en S word verbind en  $\widehat{RNS} = \widehat{PNQ} = x$ .



Bewys dat:

- 11.1  $\triangle NSR \parallel \triangle NPQ$  (3)
- 11.2  $\triangle NQR \parallel \triangle NPS$  (3)
- 11.3  $NR \cdot PQ + NP \cdot QR = NQ \cdot PR$  (4)
- [10]**

**TOTAAL: 150**

**EINDE**

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In  $\Delta ABC$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$