

**KAAPSE WYNLAND  
ONDERWYSDISTRIK**

**JOU SKOOL NAAM HIER**

**GRAAD 12**

**WISKUNDE  
VRAESTEL 2  
SEPTEMBER 2017**

**PUNTE:150**

**TYD: 3 ure**

**Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 1 ANTWOORDEBOEK en 'n inligtingsblad.**

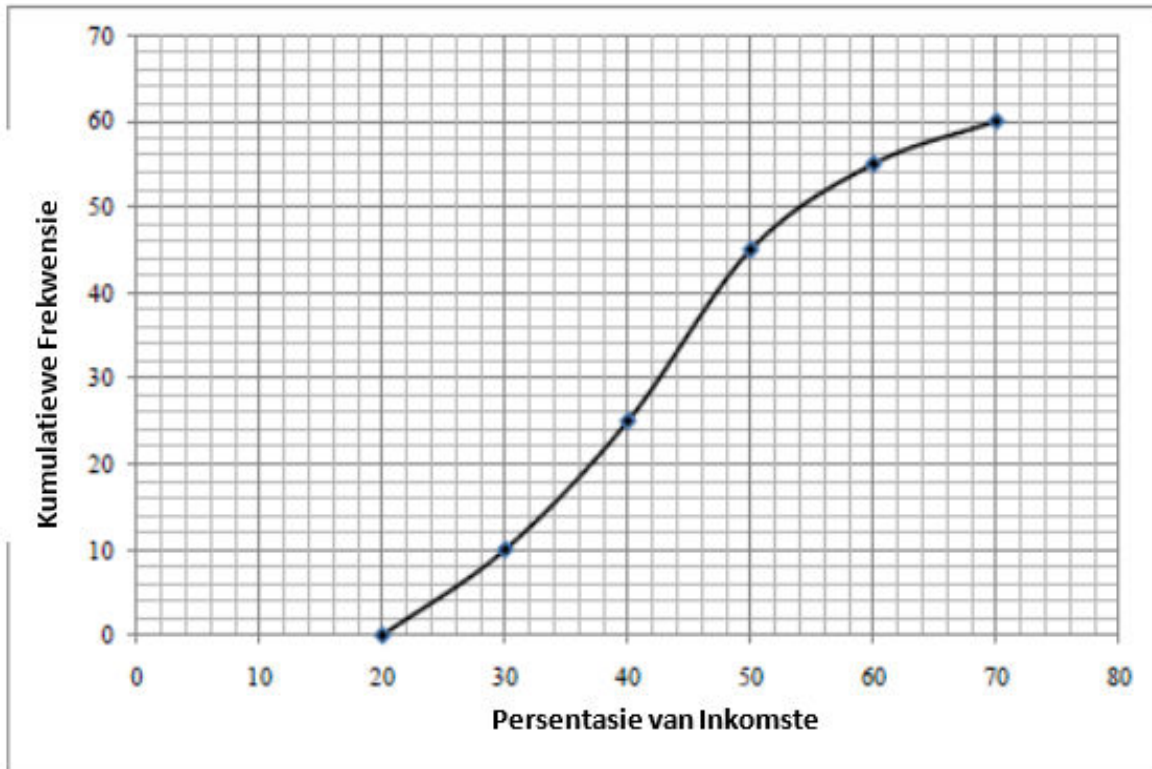
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

**Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.**

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat voorsien word. Skryf jou naam en klas in die ruimte wat voorsien is en handig dit in.
3. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
10. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
11. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die volgende ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) gee die persentasie inkomste wat deur mense in China aan hul kinders se opvoeding bestee word.



- 1.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensietabel (beide kolomme) vir die data in die ANTWOORDEBOEK. (3)
- 1.2 Gebruik die grafiek en skat:
- 1.2.1 die aantal mense wat meer as 50% van hul inkomste aan kinders se opvoeding bestee. (2)
- 1.2.2 die mediaan van die data. (2)
- 1.3 Skryf die modale klas van die data neer. (1)
- [8]**

**VRAAG 2**

Die data hieronder toon die punte wat behaal is deur tien Graad 12 leerders van twee verskillende Wiskunde klasse.

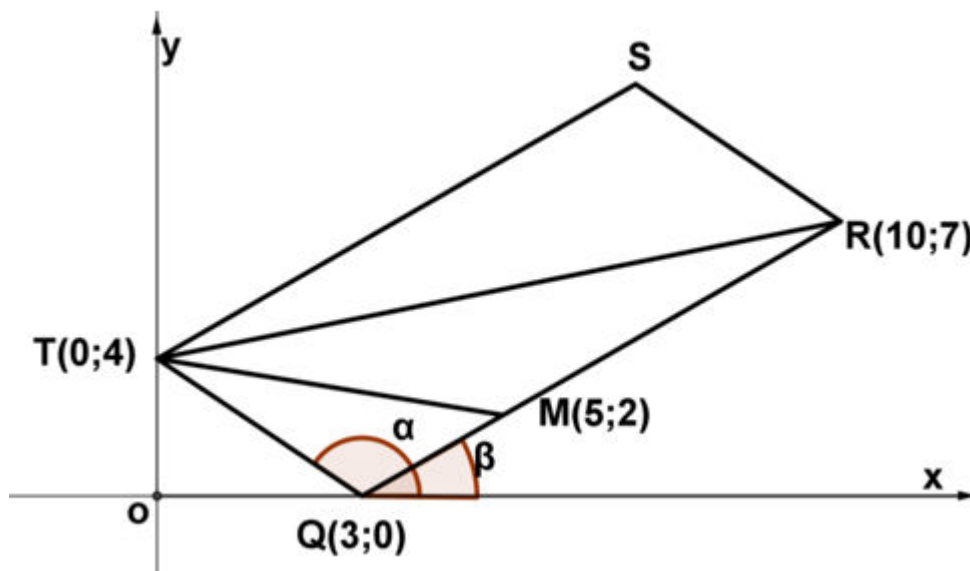
Klas A	16	36	20	38	40	30	35	22	40	24
Klas B	45	70	44	56	60	48	75	60	63	38

- 2.1 Maak gebruik van die rooster in die ANTWOORDEBOEK om 'n spreidingsdiagram vir die data te teken. (2)
- 2.2 Bereken die vergelyking van die kleinste-kwadrade-regressielyn vir hierdie data. (3)

- 2.3 Teken die kleinste-kwadrante-regressielyn vir die data op die spreidingsdiagram wat in VRAAG 2.1 geteken is. (2)
- 2.4 Beskryf die verwantskap tussen die klasse. (2)
- 2.5 Bereken die gemiddelde en die standaardafwyking vir Klas B. (4)
- 2.6 Hoeveel van die punte in Klas B val binne een standaardafwyking van die gemiddelde? (2)
- [15]**

### VRAAG 3

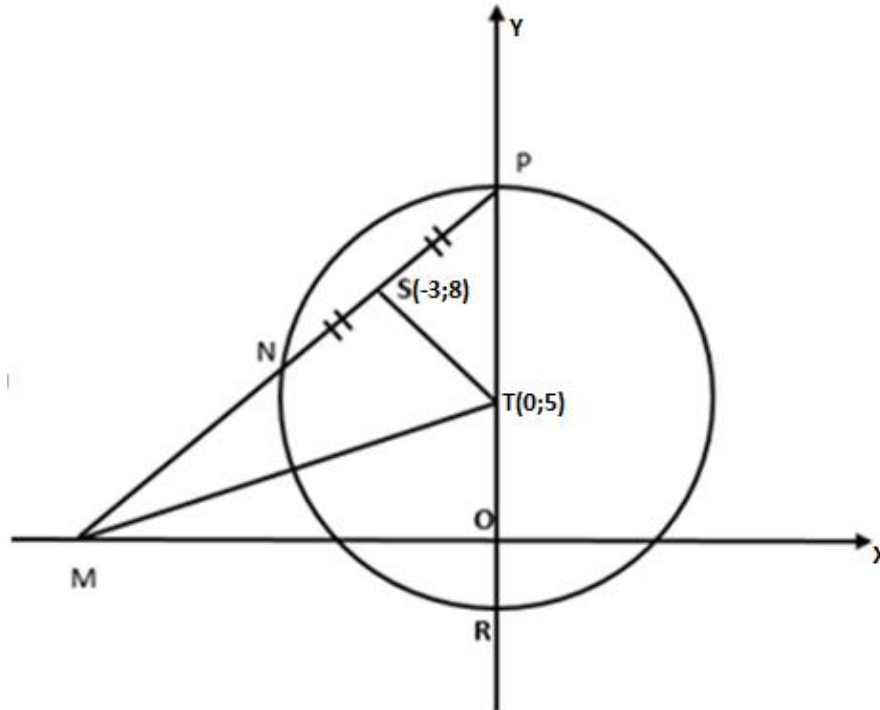
In die diagram is  $Q(3; 0)$ ,  $R(10; 7)$ ,  $S$  en  $T(0; 4)$  hoekpunte van 'n parallelogram  $QRST$ . Vanaf  $T$  word 'n reguitlyn getrek om  $QR$  by  $M(5; 2)$  te ontmoet. Die inklinasiehoeke van  $TQ$  en  $RQ$  is  $\alpha$  en  $\beta$  onderskeidelik.



- 3.1 Bereken die gradiënt van  $TQ$ . (2)
- 3.2 Bepaal die lengte van  $RQ$ . Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)
- 3.3  $F(k; -8)$  is 'n punt op 'n Cartesiese vlak sodat  $T$ ,  $Q$  en  $F$  kollinêr is. Bereken die waarde van  $k$ . (4)
- 3.4 Bepaal die koördinate van  $S$ . (2)
- 3.5 Bereken die grootte van  $\hat{T}SR$ . (6)
- 3.6 Bereken, in eenvoudigste vorm, die waarde :  $\frac{MQ}{RQ}$  (3)
- [19]**

**VRAAG 4**

In die diagram sny die sirkel, met die middelpunt  $T(0; 5)$ , die  $y$ -as by  $P$  en  $R$ . Die reguitlyn deur  $P$  en  $S(-3; 8)$  sny die sirkel by  $N$  en die  $x$ -as by  $M$ .  $NS = PS$ .  $MT$  is getrek.



- 4.1 Gee 'n rede waarom  $TS \perp NP$ . (1)
- 4.2 Bepaal die vergelyking van die lyn  $PM$  in die vorm  $y = mx + c$ . (5)
- 4.3 Gee die vergelyking van die raaklyne aan die sirkel wat parallel aan die  $x$ -as is. (4)
- 4.4 Bepaal die lengte van  $MT$ . (4)
- 4.5 'n Ander sirkel word geteken deur die punte  $S$ ,  $T$  en  $M$ . Bepaal, met redes, die vergelyking van hierdie sirkel in die vorm  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . (5)

**[19]****VRAAG 5**

**GEEN SAKREKENAAR MAG IN DIE VRAAG GEBRUIK WORD NIE.**

- 5.1 As  $4 \tan A = 3$  en  $3 \sin B - 1 = 0$ , gebruik 'n skets en bepaal die waarde van  $5 \sin A - 6 \cos^2 B$ , waar  $180^\circ \leq A \leq 360^\circ$  en  $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ . (5)
- 5.2 As  $\cos 24^\circ = p$ , bepaal die volgende in terme van  $p$ :
- 5.2.1  $\cos 336^\circ$  (2)
- 5.2.2  $\cos 48^\circ$  (3)

5.3 Bewys dat:  $\tan A = \frac{1 - \cos 2A}{\sin 2A}$  (4)

5.4 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\sin 20^\circ \cdot \cos 320^\circ + \cos(-20^\circ) \cdot \sin 400^\circ \quad (5)$$

5.5 Bepaal die algemene oplossing van  $2 \cos^2 \theta + 5 \sin \theta + 1 = 0$ . (7)  
[26]

### VRAAG 6

Hieronder is die sketsgrafiek van  $f(x) = a \cos x$  vir  $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$ .



6.1 Skryf die waarde van  $a$  neer. (1)

6.2 Skets die grafiek van  $g(x) = \sin 2x$  op die gegewe assestelsel vir  $x \in [-180^\circ; 90^\circ]$  in jou ANTWOORDEBOEK (3)

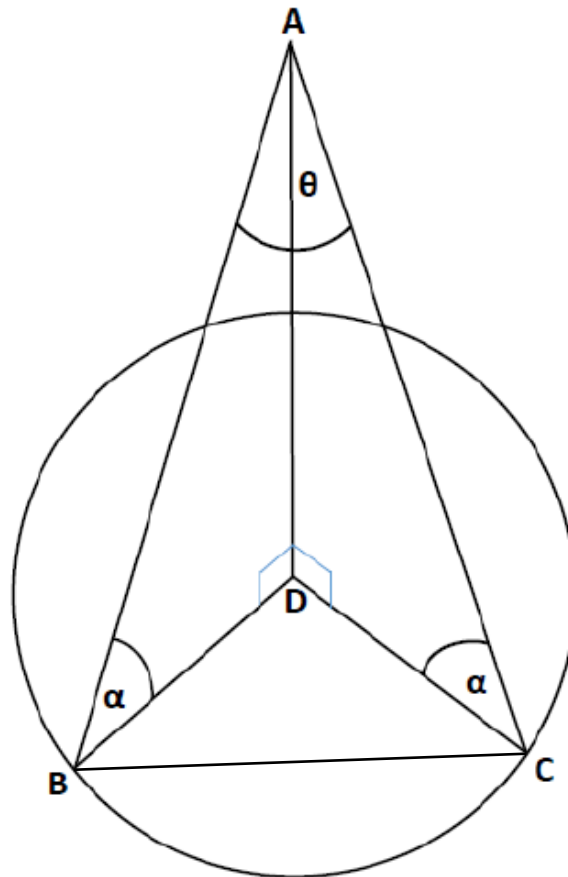
6.3 Wat is die periode van  $g$ ? (1)

6.4 Gebruik jou skets en bepaal die waarde(s) van  $x$  waarvoor  $f(x) - g(x) = 0$  (2)

6.5 Bereken die maksimumwaarde van  $3 - 10 \sin x \cos x$  (3)  
[10]

**VRAAG 7**

In die diagram is B, C en D in dieselfde horisontale vlak. **D is die middelpunt** van die sirkel met B en C op die omtrek.  $\alpha$  is die hoogtehoek van A vanaf B asook die hoogtehoek van A vanaf C.  $\widehat{BAC} = \theta$ . Die radius van die sirkel is  $r$ .



7.1 Skryf die waarde van AB in terme van  $r$  en  $\alpha$  neer. (1)

7.2 Toon vervolgens dat:  $BC = \frac{r(\sqrt{2(1-\cos\theta)})}{\cos\alpha}$ . (4)

7.3 As  $BC = 100m$ ,  $r = 50m$  en  $\theta = 30^\circ$ , bereken die grootte van  $\alpha$ . (3)  
[8]

**VRAAG 8**

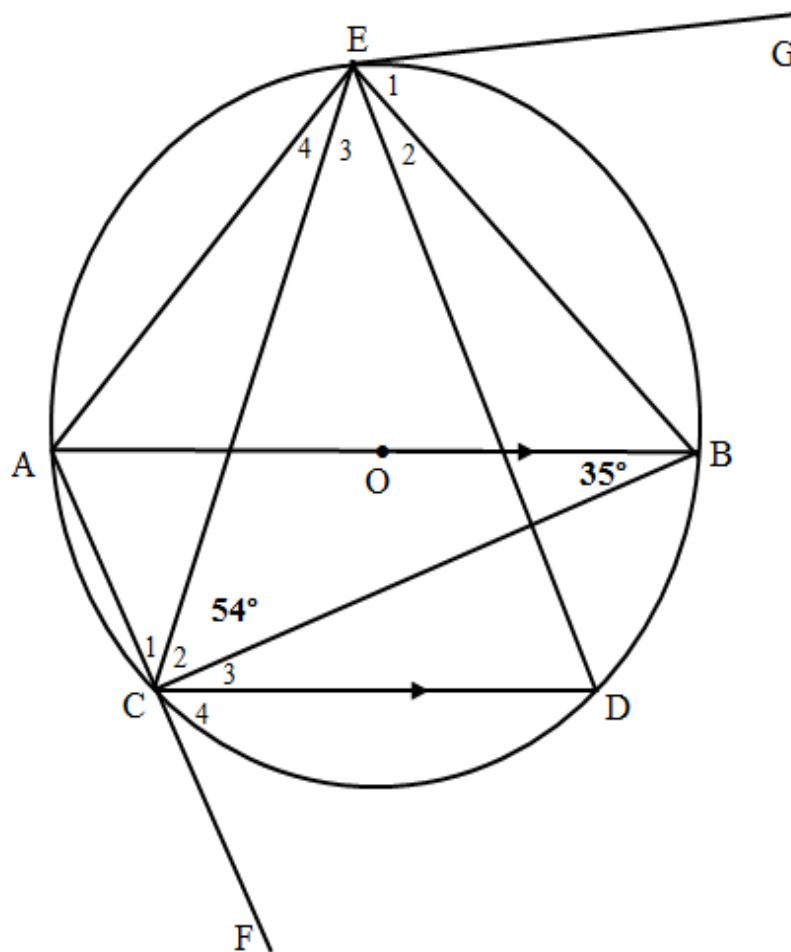
8.1 Voltooi die volgende stellings:

8.1.1 Die hoek in 'n semi-sirkel is gelyk aan... (1)

8.1.2 Die teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is... (1)

8.2 O is die middelpunt van die sirkel in die diagram met koord CD parallel aan middellyn AB. AC is verleng na F en EG is 'n raaklyn aan die sirkel.

$$\widehat{ABC} = 35^\circ \text{ en } \widehat{C}_2 = 54^\circ$$



Bereken, MET REDES, die grootte van die volgende hoeke:

8.2.1  $\widehat{E}_1$  (2)

8.2.2  $\widehat{C}_1$  (2)

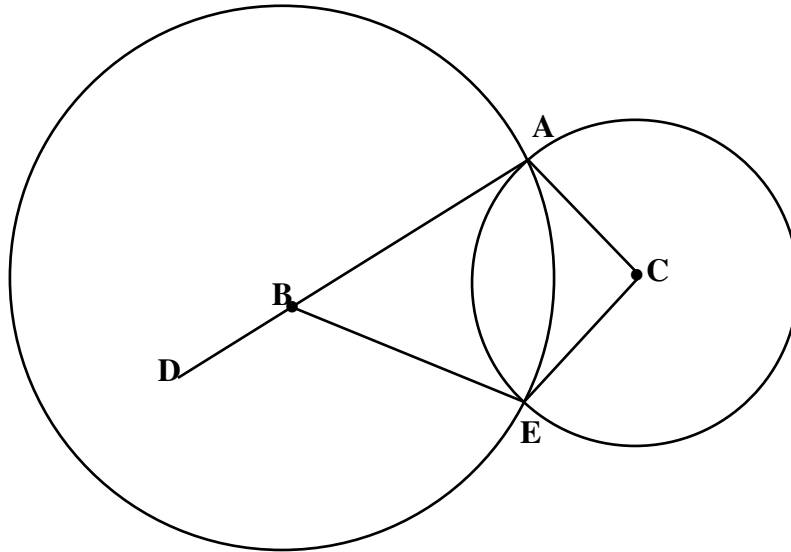
8.2.3  $\widehat{C}_3$  (2)

8.2.4  $\widehat{AED}$  (2)

8.2.5  $\widehat{E}_3$  (3)



- 8.3 In die diagram hieronder sny twee sirkels met middelpunte by B en C mekaar by A en E onderskeidelik. AB is verleng na 'n punt D. AB en BE is raaklyne aan die kleiner sirkel by A en E onderskeidelik.



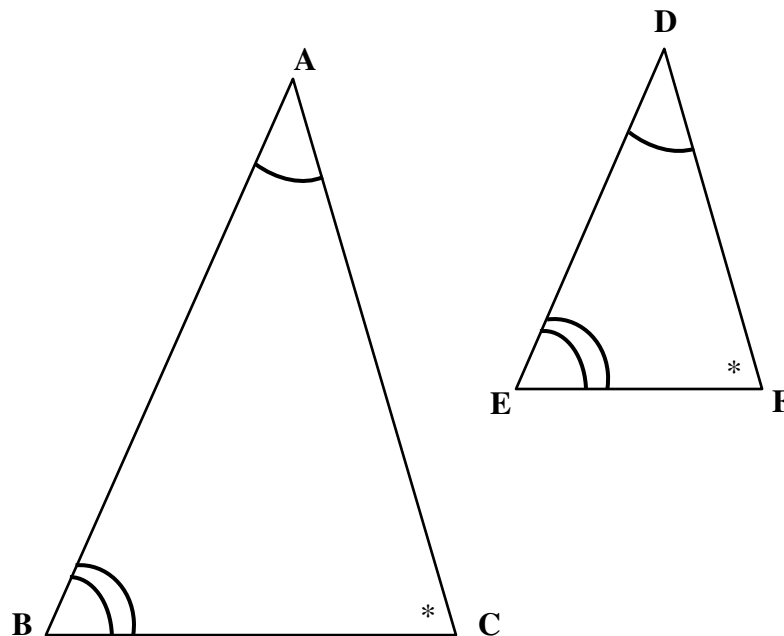
Bewys dat  $\widehat{DBE} = \widehat{ACE}$ .

(5)  
[18]

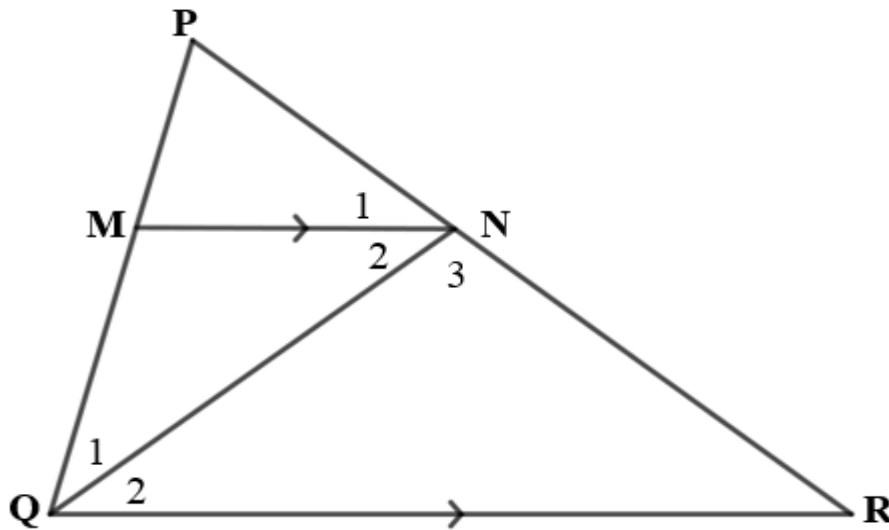
### VRAAG 9

- 9.1 In die gegewe diagram hieronder is  $\widehat{A} = \widehat{D}$ ,  $\widehat{B} = \widehat{E}$  en  $\widehat{C} = \widehat{F}$ . Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys dat  $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

(7)



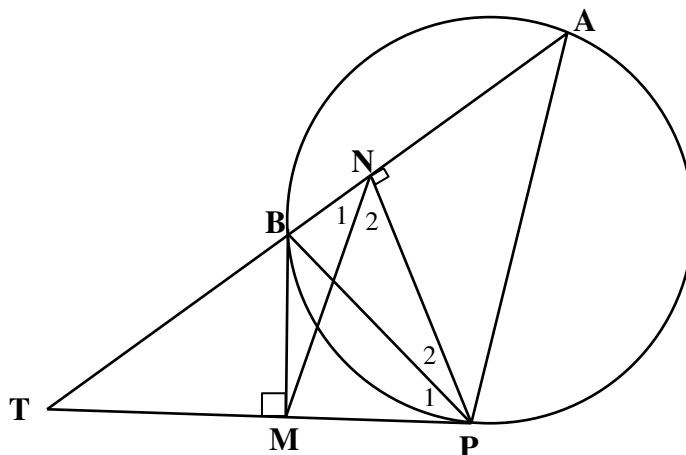
- 9.2 In die diagram hieronder is  $MN \parallel QR$  in  $\triangle PQR$ .  $PQ = 5$  cm,  $QR = 7,5$  cm en  $QN$  halveer  $\widehat{PQR}$ .



- 9.2.1 Bewys dat  $\triangle QMN$  gelykbenig is. (3)
- 9.2.2 Bewys dat  $\triangle PMN \sim \triangle PQR$ . (4)
- 9.2.3 Bepaal vervolgens die waarde van  $\frac{NP}{NR}$ . (5)
- [19]

### VRAAG 10

In die diagram hieronder is A, B en P punte op 'n sirkel. N is 'n punt op AB sodat  $AB \perp PN$ . AB verleng, ontmoet die raaklyn PT by T. M is 'n punt op PT sodat  $BM \perp PT$



- 10.1 Bewys dat  $BMPN$  'n koordevierhoek is. (2)
- 10.2 Bewys dat  $\frac{TN}{AN} = \frac{TM}{MP}$  (6)
- [8]

**TOTAAL: 150**

**INLICHTINGSBLAD**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{f(x + h) - f(x)}{h} \right)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \Delta ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

