



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

SEPTEMBER 2018

WISKUNDE V2

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingblad en 'n antwoordeboek
van 21 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

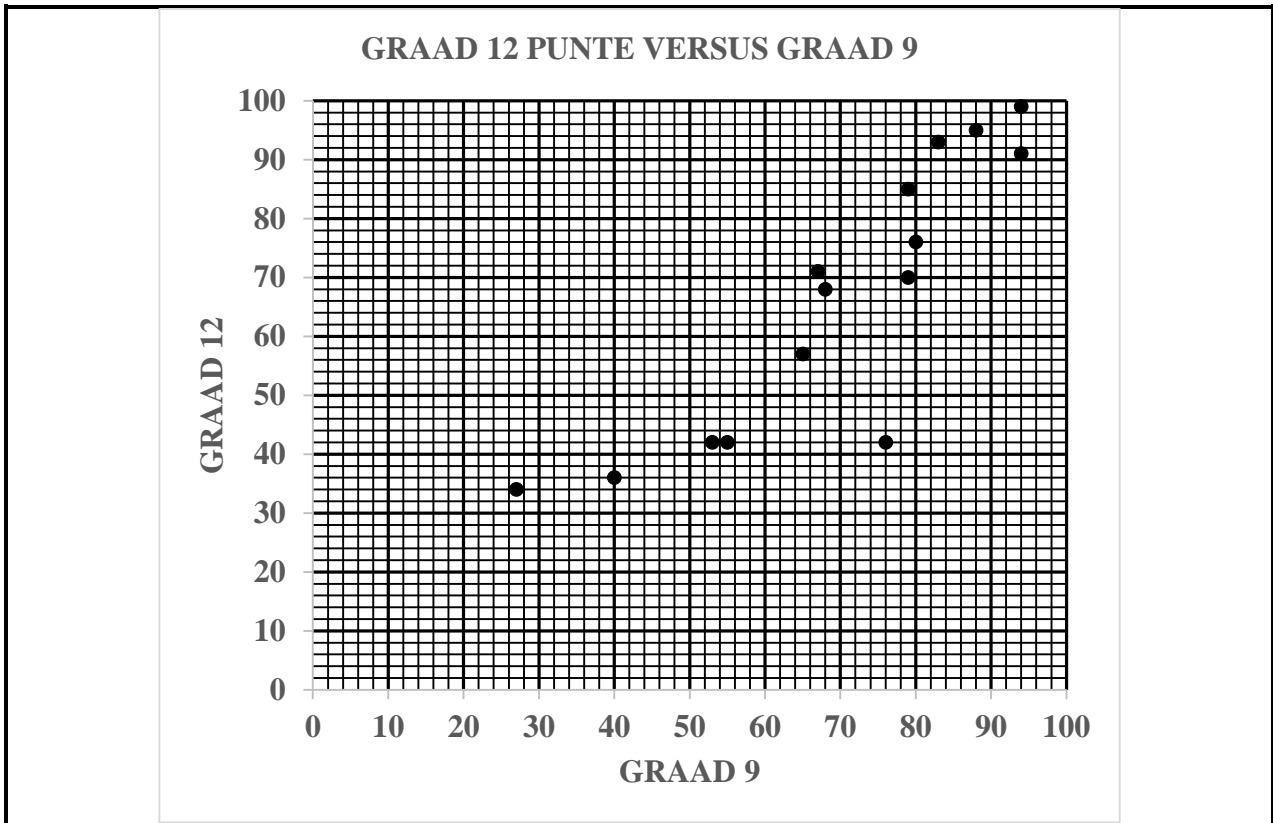
Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts aan wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het.
4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbare en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Elke jaar moet die Graad 9 leerders kies of hulle Wiskunde of Wiskunde Geletterdheid gaan neem. 15 leerders was willekeurig gekies en hulle punte as 'n persentasie, vir hulle Graad 9 rapport en hulle Graad 12 finale eksamen, word in die tabel voorgestel.

Graad 9	27	40	53	55	65	67	68	76	79	79	80	83	88	94	94
Graad 12	34	36	42	42	57	71	68	42	70	85	76	93	95	99	91



- 1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrante regressielyn. (3)
- 1.2 As 'n leerder in Graad 9 finale eksamen 41% behaal het, beraam watter punt (in persentasie) hy in Graad 12 gekry het. [Rond jou antwoord af tot die naaste heelgetal] (2)
- 1.3 Teken die kleinste-kwadrante regressielyn op die spreidiagram. (2)
- 1.4 Bereken die korrelasie koëffisiënt. (2)
- 1.5 Is die Graad 9 rapport punt 'n goeie aanduiding van die finale matriek punt? Motiveer jou antwoord. (2)

[11]

VRAAG 2

Die aantal leerders afwesig vanaf 11 naweek klasse in 'n jaar was soos volg opgeneem.

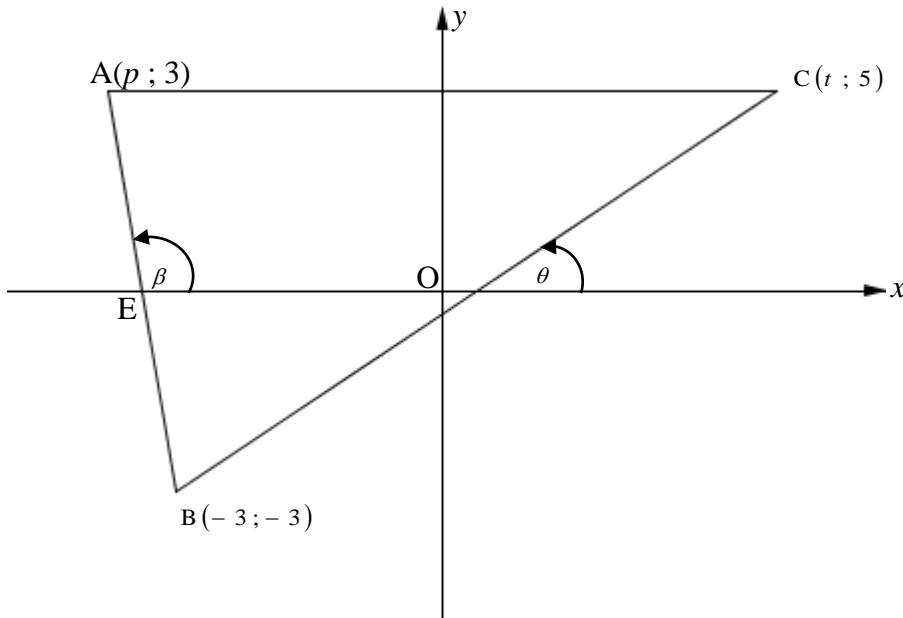
10 13 15 17 18 23 24 26 28 28 29

- 2.1 Bepaal die omvang van bostaande data. (1)
- 2.2 Bereken die gemiddelde aantal leerders wat afwesig is vanaf 'n naweek klas. (2)
- 2.3 Bereken die standaardafwyking van bostaande data. (3)
- 2.4 Bepaal die aantal weke waar die bywoning van die leerders buite een standaardafwyking van die gemiddelde lê. (2)

[8]

VRAAG 3

In die diagram hieronder, is punte $A(p ; 3)$, $B(-3 ; -3)$ en $C(t ; 5)$ die hoekpunte van driehoek ABC. Die lengte van $BC = \sqrt{89}$ eenhede. Die vergelyking van lyn AB is $y = -3x - 12$. E is die x -afsnit van lyn AB.

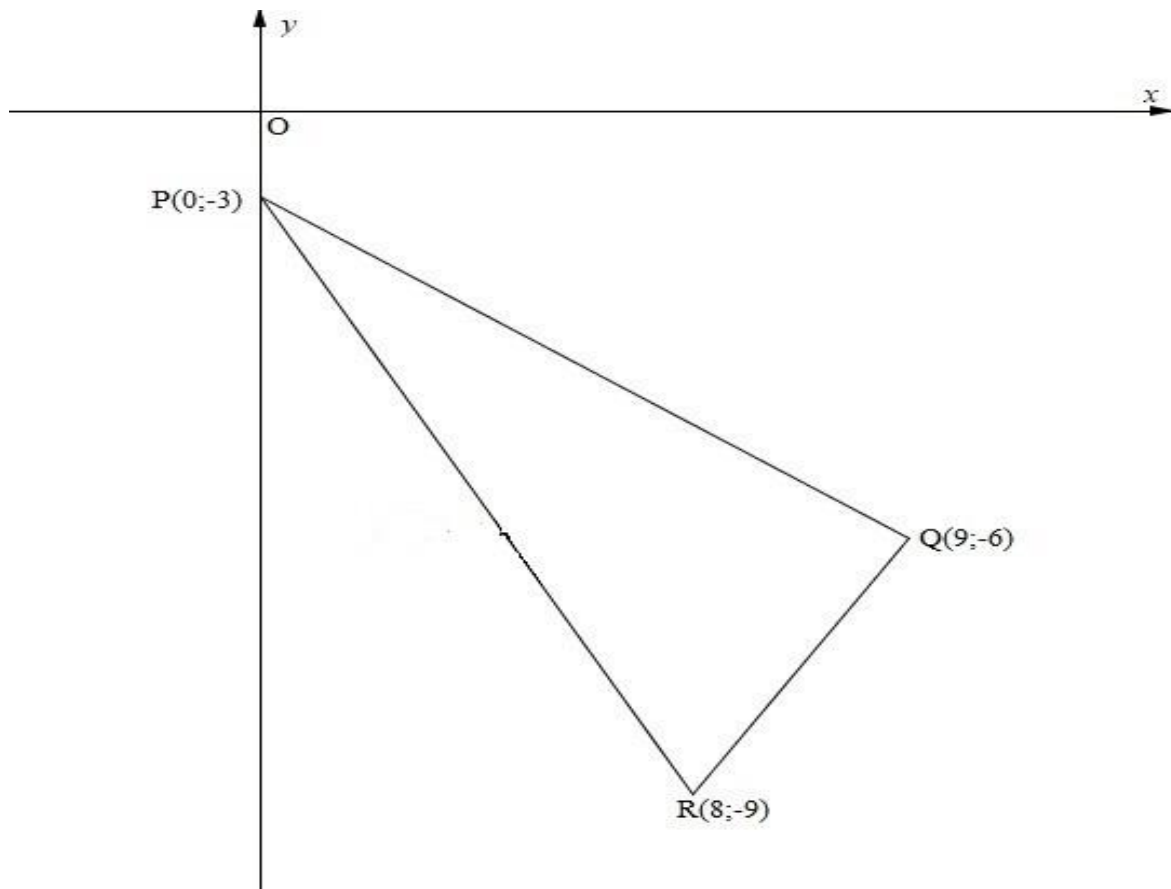


- 3.1 Bereken die waarde van t (5)
- 3.2 Bereken die waarde van p (4)
- 3.3 Bepaal die koördinate van E (2)
- 3.4 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AC as die waarde van $t = 2$ en $p = -5$. (2)
- 3.5 Waarom is $EM \parallel BC$? (4)
- 3.6 Bereken die grootte van $\hat{A}BC$ (4)

[21]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, is $P(0;-3)$, $Q(9;-6)$ en $R(8;-9)$ die hoekpunte van 'n driehoek in die Cartesiese vlak.



- 4.1 Bepaal die lengte van PR (2)
- 4.2 Bepaal die koördinate van die middelpunt van PR (2)
- 4.3 Toon aan dat $\hat{PQR} = 90^\circ$ (4)
- 4.4 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur P, Q en R gaan. (2)
- 4.5 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel P, Q en R, wat deur punt P gaan. (5)
- 4.6 T is 'n punt met koördinate $T(\cos \theta ; \sin \theta)$, en die afstand tussen T en R is $\sqrt{146}$ eenhede, bepaal die waarde van $\tan \theta$. (5)

[20]

VRAAG 5

5.1 As $\sin A = -\frac{3}{7}$, waar $A \in [90^\circ; 270^\circ]$ bepaal, deur 'n diagram te gebruik en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar die waarde van $\sin(A + 30^\circ)$. (4)

5.2 Vereenvoudig volledig tot een trigonometriese verhouding van x :
 $-\sin^2(90^\circ - x) - \tan x \cdot \cos(-x) \cdot \sin(-x - 360^\circ)$ (6)

5.3 Toon aan dat, vir enige gegewe waarde van \hat{A} , die wortels van die vergelyking $x^2 - 2x \sin A = \cos^2 A$, reëel en rasionaal is. (3)

5.4 Bewys die identiteit:

$$\frac{\cos 3x}{\sin x} + \frac{\sin 3x}{\cos x} = \frac{2}{\tan 2x} \quad (3)$$

5.5 As $\cos 22^\circ = p$ en $\sin 38^\circ = q$, bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die volgende in terme van p en q .

5.5.1 $\sin 68^\circ$ (2)

5.5.2 $\cos 16^\circ$ (4)

[22]

VRAAG 6

6.1 'n Funksie word gedefinieer as $f(x) = a \cos(x - p) + 1$.

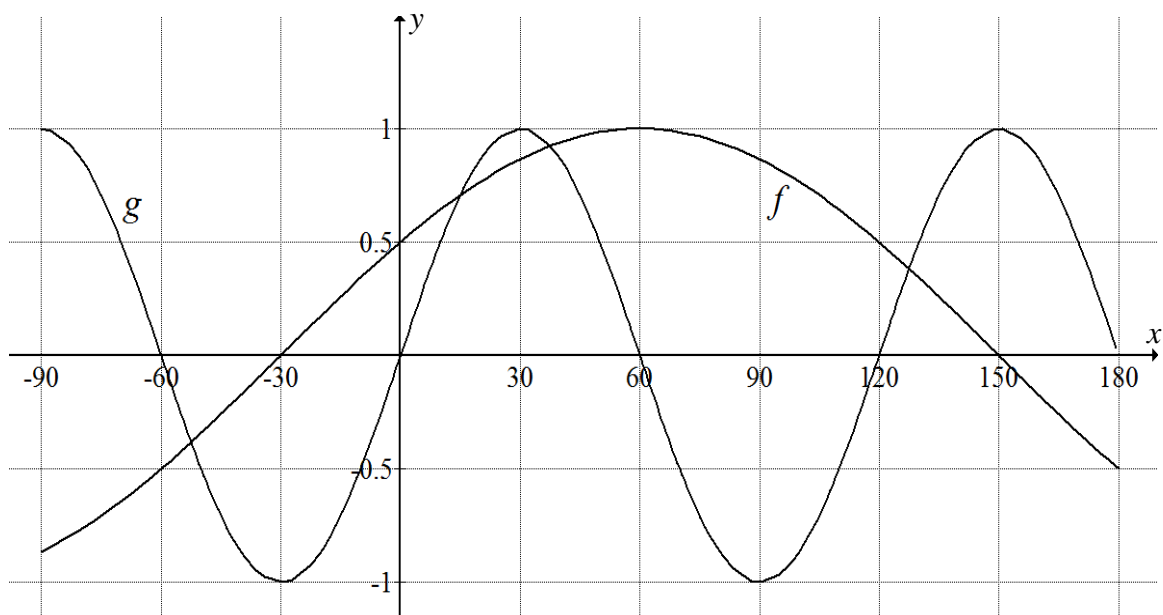
Die funksie bevredig die volgende omstandighede:

- Die periode is 360°
- Die terrein is $y \in [-1; 3]$
- Die koördinate van die maksimum punt is $[210^\circ; 3]$

Skryf die waardes van a en p neer.

(2)

6.2 In die diagram hieronder, is die funksies $f(x) = \cos(x - 60^\circ)$ en $g(x) = \sin 3x$ geteken vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$.



Vir watter waardes van x is:

6.2.1 $f'(x) = 0$, waar $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$? (1)

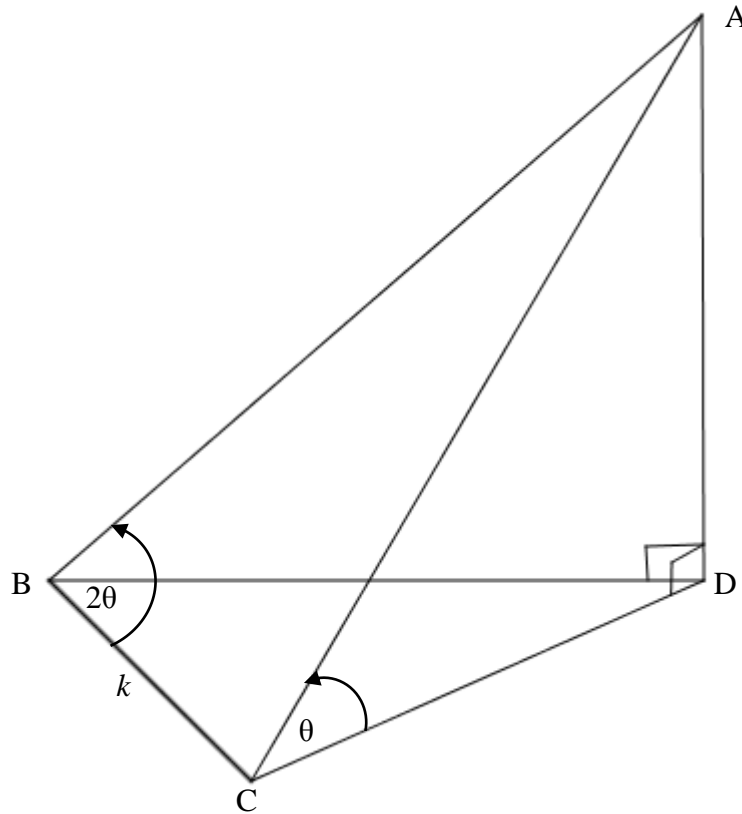
6.2.2 $f(x) = g(x)$, waar $x \in [-90^\circ; 30^\circ]$? Toon alle relevante berekeninge. (6)

6.2.3 $f(x) > g(x)$, waar $x \in [-90^\circ; 30^\circ]$? (2)

[11]

VRAAG 7

In die diagram hieronder is AD 'n vertikale struktuur. B, C en D is drie punte op dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek van A vanaf C is θ . $BC = k$ meter, $AB = 2BC$ en $\hat{A}BC = 2\theta$



7.1 Bewys dat $AC = k\sqrt{1 + 8 \sin^2 \theta}$ (5)

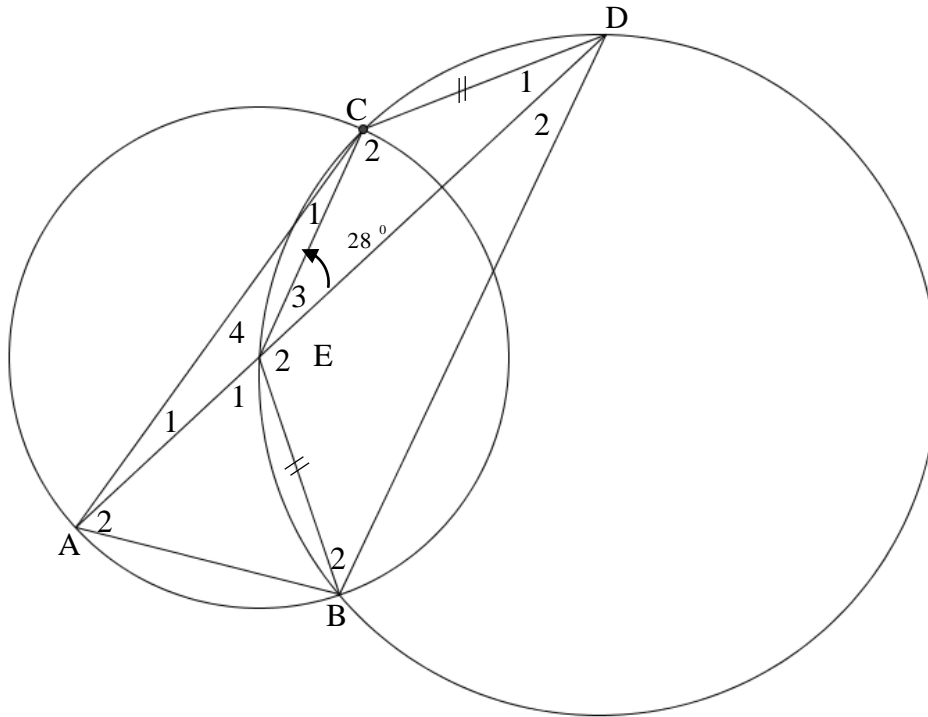
7.2 Bereken die waarde van AC, afgerond tot die naaste meter, as $k = 139,5$ meter en $\theta = 42^\circ$ (2)

[7]

Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram hieronder, is E die middelpunt van die sirkel wat deur A, B en C gaan. AE is verleng na D sodat DCEB 'n koordevierhoek van die groter sirkel is en sodat $CD = EB$. CA is verbind. $\hat{C}ED = 28^\circ$.

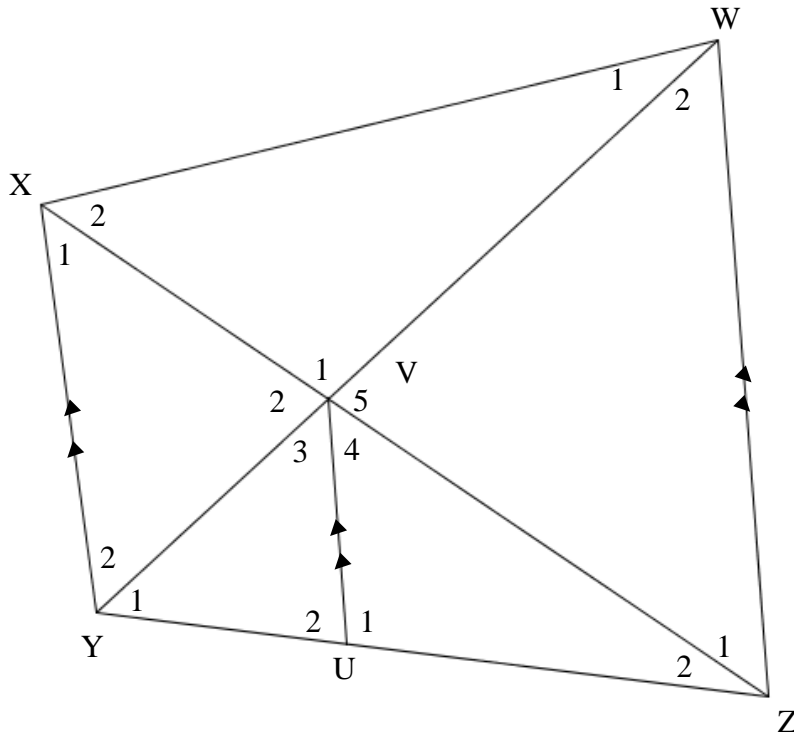


- 8.1 Bepaal die grootte van \hat{D}_2 (2)
- 8.2 Gee 'n rede waarom $CE \parallel BD$ (1)
- 8.3 Toon aan dat $CD = EC$ (2)
- 8.4 Bereken, met redes, die grootte van:
- 8.4.1 \hat{B}_2 (4)
- 8.4.2 $\hat{B}AC$ (3)
- [12]

VRAAG 9

In die diagram hieronder, is WXYZ 'n trapezium, met $XY \parallel UV \parallel WZ$. $UZ : YZ = 4 : 7$.

$$\hat{V}_3 = \hat{V}_4$$



9.1 Bewys dat $\frac{YV}{VW} = \frac{XV}{VZ}$ (3)

9.2 Bepaal die numeriese waarde van $\frac{\text{Area of } \Delta XYU}{\text{Area of } \Delta WZV}$ in eenvoudigste vorm. (4)

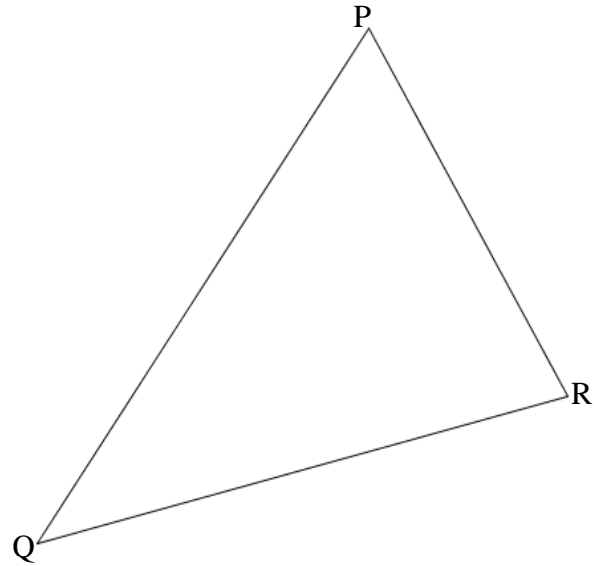
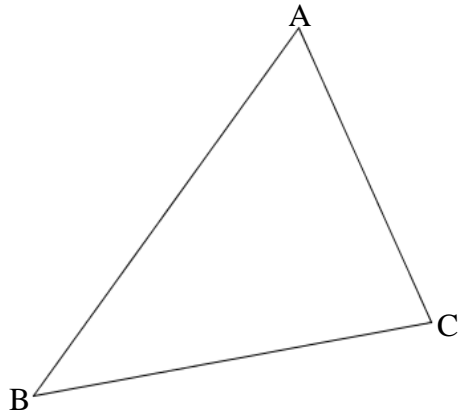
9.3 Toon aan dat WXYZ 'n koordevierhoek is. (3)

9.4 Bewys dat UV 'n raaklyn aan die sirkel, wat deur X, V en Y gaan, is. (2)

[12]

VRAAG 10

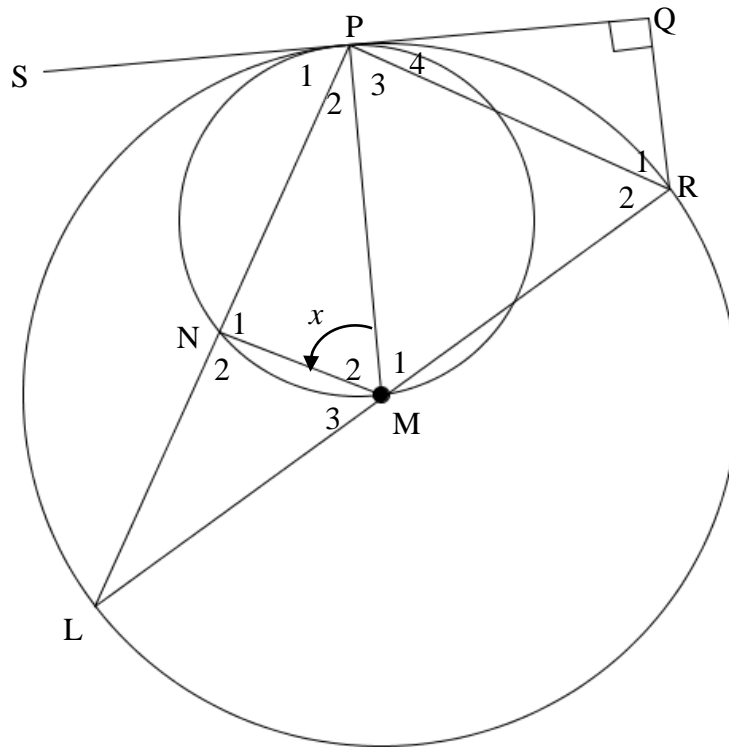
Voltooi die bewys van die stelling in jou antwoordeboek, wat meld dat in $\triangle ABC$ en $\triangle PQR$, $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ en $\hat{C} = \hat{R}$.



10.1 Bewys dat $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$

(6)

10.2 SPQ is 'n gemeenskaplike raaklyn vir beide sirkels. M is die middelpunt van die groter sirkel. PM is die middellyn van die kleiner sirkel. $RQ \perp PQ$ en $\widehat{PMN} = x$



Bewys dat:

- 10.2.1 $LN = NP$ (3)
- 10.2.2 PR halveer \widehat{QL} (4)
- 10.2.3 $\triangle PNM \parallel \triangle PQR$ (4)
- 10.3 As dit gegee word dat $PR = 30$ cm en $QR = 15$, bereken die:
 - 10.3.1 lengte van LR. (5)
 - 10.3.2 waarde van x (4)

[26]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$