



**education**

**MPUMALANGA PROVINCE  
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**WISKUNDE V2**

**September 2018**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 Ure**

**Die vraestel bestaan uit 15 bladsye en 'n inligtingsblad.**

**VRAAG 1**

Beskou die volgende inligting van die data:

- Mediaan is 14
- Boonste kwartiel is 20
- Onderste kwartiel is 11
- Maksimum waarde is 30
- Variasiewydte is 20

- 1.1 Bereken die Interkwartiel variasiewydte van die data. (2)
- 1.2 Teken 'n mond-en-snor diagram op die getallelyn in die antwoordboek om die data voor te stel. (3)
- 1.3 Lewer kommentaar oor die skeefheid van die data. (1)
- [6]**

**VRAAG 2**

- 2.1 'n Opleidingsbestuurder wil weet of daar 'n verband bestaan tussen die ure wat gespandeer word aan 'n spesifieke kategorie werknemer vir opleiding en sy produktiwiteit (eenhede gespandeer per dag) van die werk. Die onderstaande data is 'n uittreksel van 10 werknemers se inligting.

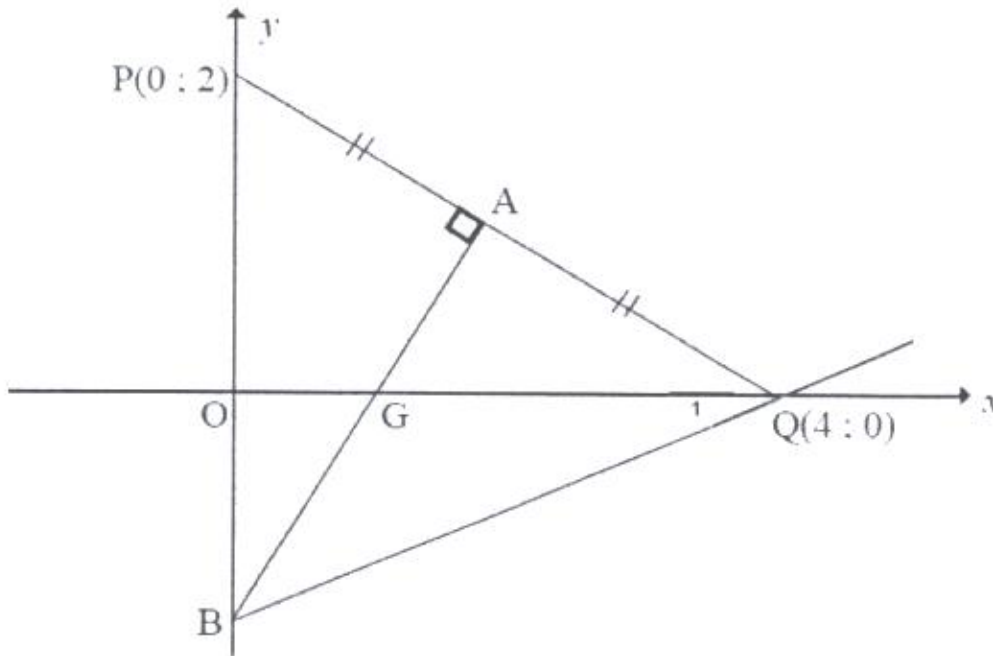
Werknemer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ure in opleiding	16	36	20	38	40	30	35	22	40	24
Produktiwiteit (Eenhede gespandeer per dag)	45	70	44	56	60	48	75	60	63	38

- 2.1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate regressielyn. (3)
- 2.1.2 Skat die produktiwiteitsvlak vir 'n spesifieke werknemer wat 32 ure opleiding ontvang het (tot die naaste heelgetal). (2)
- 2.1.3 Lewer kommentaar oor die sterkte van die korrelasie koëffisient tussen die ure wat gespandeer is aan opleiding en die produktiwiteit. Motiveer jou antwoord. (2)
- 2.2 Beskou die produktiwiteit van die eenhede geproduseer per dag en bereken:
- 2.2.1 Die gemiddelde eenhede geproduseer per dag deur 10 werknemers. (2)
- 2.2.2 Die aantal werknemers wie se produktiwiteit bo een standaard afwyking is van die gemiddeld. (4)

**[13]**

**VRAAG 3**

Die onderstaande diagram toon die punte  $P(0 ; 2)$  en  $Q(4 ; 0)$ . Punt A is die middelpunt van  $PQ$ . Die lyn  $AB$  is loodreg op  $PQ$  en sny die  $x$ -as by  $G$  en die  $y$ -as by  $B$ .

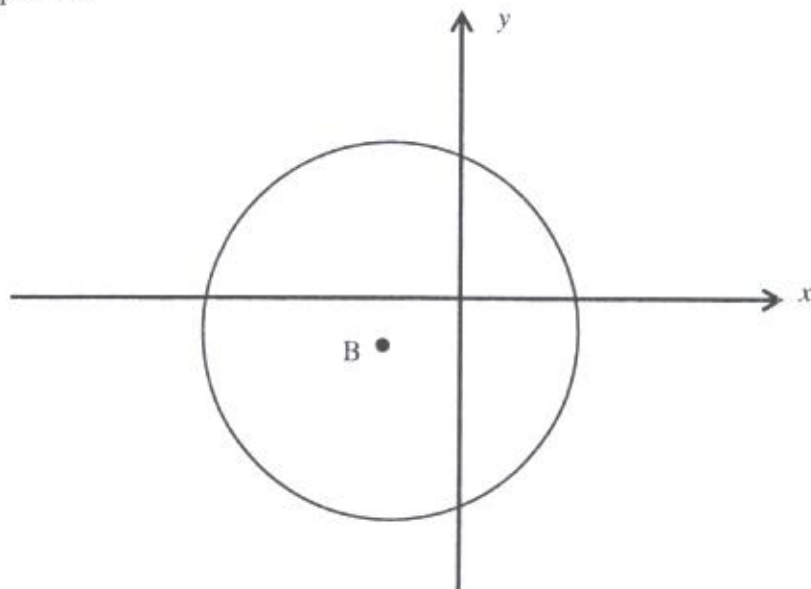


- 3.1 Skryf die gradiënt van  $PQ$  neer. (1)
- 3.2 Bereken die koördinate van  $A$ . (2)
- 3.3 Bereken die vergelyking van die lyn  $AB$  in die vorm  $y = mx + c$ . (3)
- 3.4 Bereken die lengte van  $BQ$  as dit gegee is dat  $B(0 ; -3)$  is. (2)
- 3.5 As  $PBQR$  'n ruit is, met  $R$  in die eerste kwadrant, bereken die koördinate van  $R$ . (4)
- 3.6 Bereken die grootte van hoek  $\hat{A}BQ$ . (5)
- 3.7 Bereken:
- 3.7.1 Die vergelyking van die sirkel deur die punt  $A$ ,  $P$  en  $B$ . (6)
- 3.7.2 Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel in Vraag 3.7.1 by punt  $P$ . (2)

[25]

**VRAAG 4**

In die onderstaande diagram is  $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 28 = 0$  die vergelyking van 'n sirkel met middelpunt B.



- 4.1 Bepaal:
- 4.1.1 Die koördinate van B. (4)
- 4.1.2 Die radius van die sirkel. (1)
- 4.2 'n Ander sirkel, met middelpunt A, word getrek. Die vergelyking van die sirkel is  $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 26$ .
- Toon aan, deur berekeninge, dat hierdie twee sirkels mekaar sny. (6)
- 4.3 Die twee sirkels met middelpunte A en B sny mekaar by C en D. Bereken die gradiënt van CD as AB deur die middelpunt van CD gaan. (3)
- [14]**

**VRAAG 5**

5.1 Beskou:  $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$

5.1.1 Bereken die waarde van die uitdrukking as  $\theta = 20^\circ$ . (2)

5.1.2 Bewys sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, dat  $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \cos 2\theta$  (5)

5.1.3 Vervolgens, bepaal die algemene oplossing, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar as:

$$\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

5.2 As  $\cos 25^\circ = k$ , druk die volgende uit in terme van  $k$ :

5.2.1  $\sin 245^\circ$  (3)

5.2.2  $\sin 25^\circ$  (2)

5.2.3  $\cos 50^\circ$  (2)

5.3 Beskou:  $\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta$

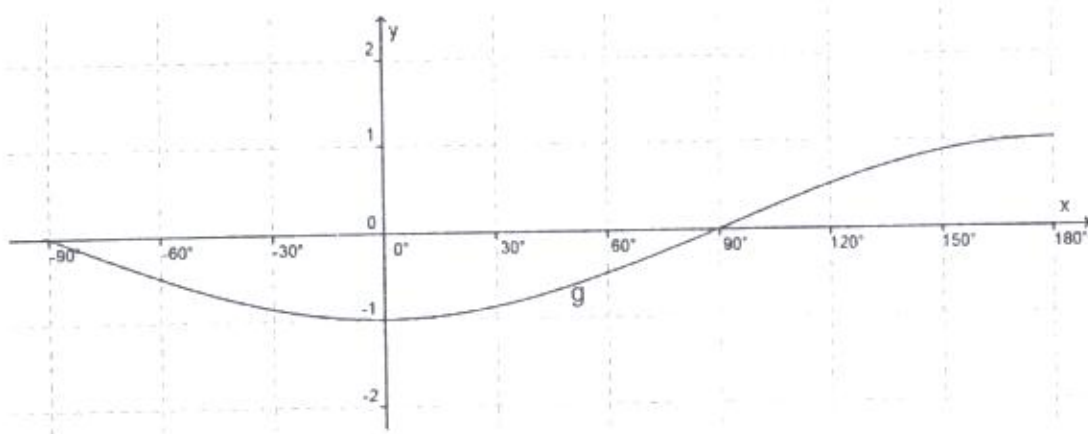
5.3.1 Herskryf  $\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta$  in die vorm van  $p \sin(\alpha + \beta)$ . (5)

5.3.2 Bepaal die maksimum waarde van  $\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta - 5$ . (2)

**[26]**

**VRAAG 6**

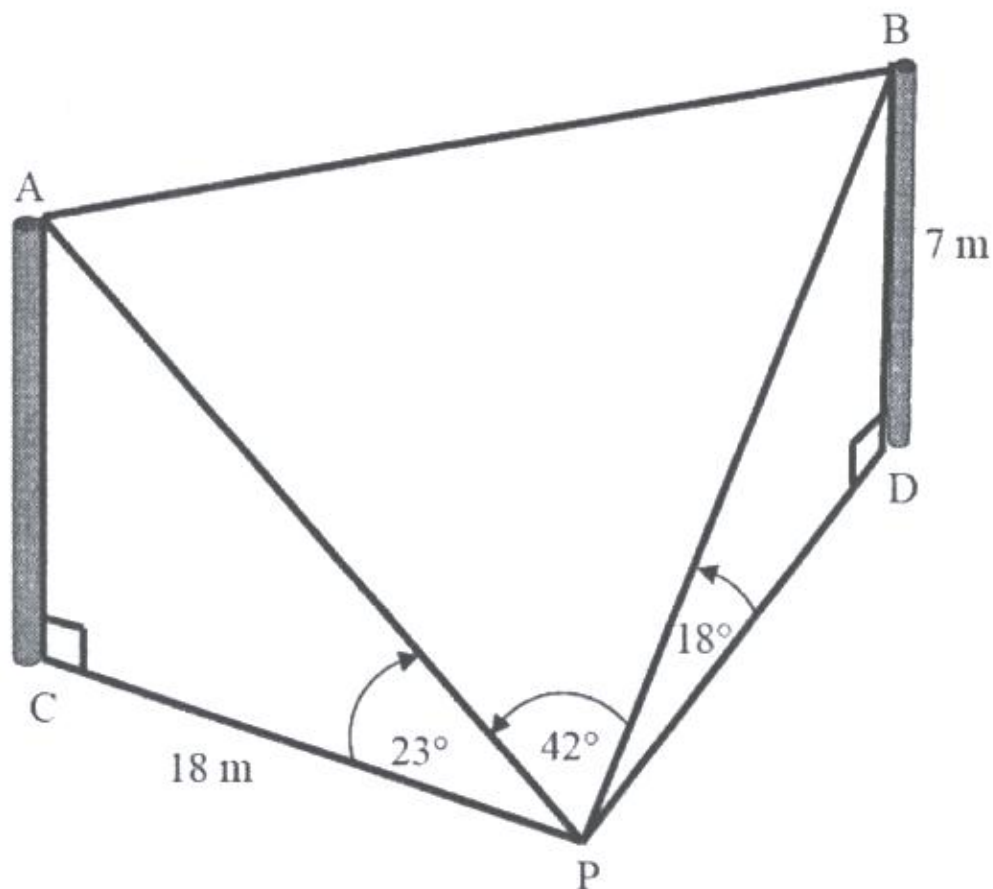
In die diagram is die grafiek van  $g(x) = -\cos x$  geskets vir die interval  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ .



- 6.1 Skets die grafiek van  $f(x) = \sin(x + 30^\circ)$  vir  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$  op dieselfde assestelsel in jou antwoordboek. Toon duidelik alle snynpunte met die asse en draaipunte aan. (4)
- 6.2 Gee die periode van  $g(2x)$ . (2)
- 6.3 Bepaal vir watter waardes van  $x$ ;  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ , die grafieke van  $f$  en  $g$  albei stygend is. (2)
- [8]**

**VRAAG 7**

Thandi staan by punt P op die grond en sien twee pale, AC en BD van verskillende hoogtes. P, C en D is in dieselfde horisontale vlak. Vanaf P, is die hoogte hoeke na die bopunt van die pale A en B onderskeidelik  $23^\circ$  en  $18^\circ$ . Thandi is 18 m van die onderkant van paal AC. Die hoogte van die paal BD is 7 m.



Bereken:

7.1 Die afstand vanaf Thandi na die bopunt van paal AC, met ander woorde AP. (2)

7.2 Die afstand tussen die bopunte van die pale AB, as  $\hat{APB} = 42^\circ$  en  $PB = 22.65$  m is.

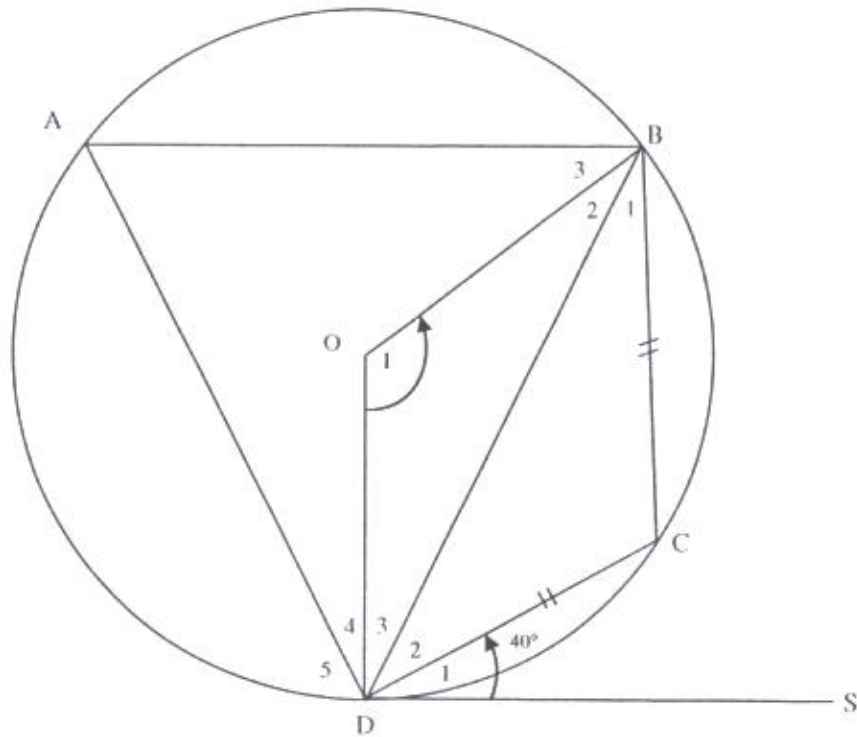
(4)

[6]



**VRAAG 8**

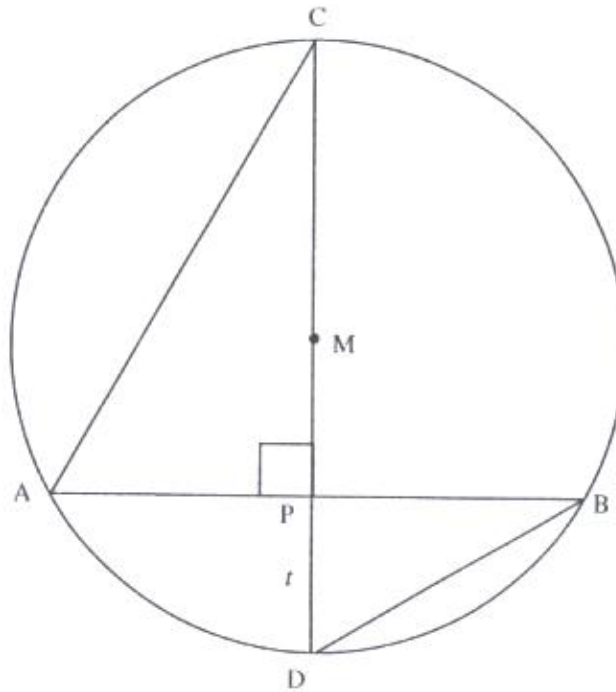
8.1 In die onderstaande figuur is ABCD 'n koordevierhoek in die sirkel met middelpunt O en  $\triangle DOB$  word getrek. DS is 'n raaklyn aan die sirkel by D.  $BC = DC$  en  $\hat{CDS} = 40^\circ$



Bereken, met redes, die grootte van:

- 8.1.1  $\hat{BDC}$  (3)
- 8.1.2  $\hat{C}$  (2)
- 8.1.3  $\hat{A}$  (2)
- 8.1.4  $\hat{O}_1$  (2)

- 8.2 In die diagram, is  $M$  die middelpunt van die sirkel met middellyn  $CMPD$  loodreg op koord  $AB$ .  $AB = 4t$ ,  $PD = t$  en  $CP = 15$  cm.



8.2.1 Gee 'n rede vir  $AP = 2t$ . (1)

8.2.2 As dit verder gegee is dat  $\triangle CAP \parallel \triangle BDP$ , bereken:

a) Die waarde van  $t$ . (4)

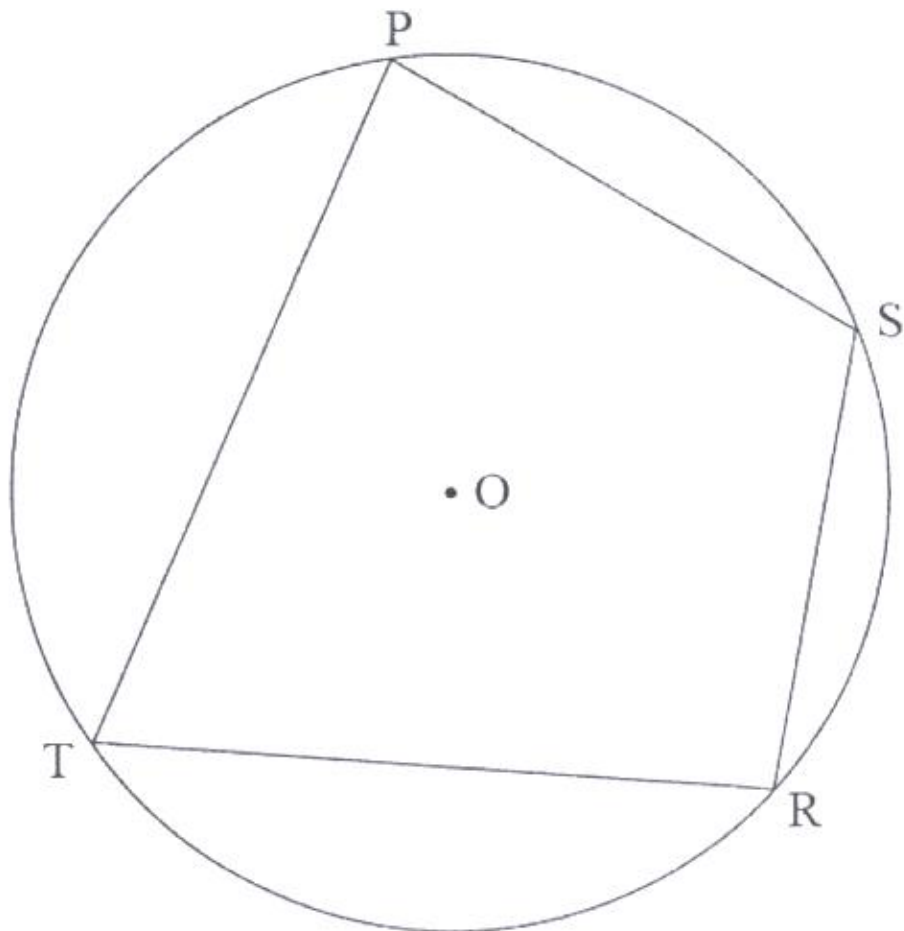
b) Die lengte van die radius van die sirkel. (2)

**[16]**

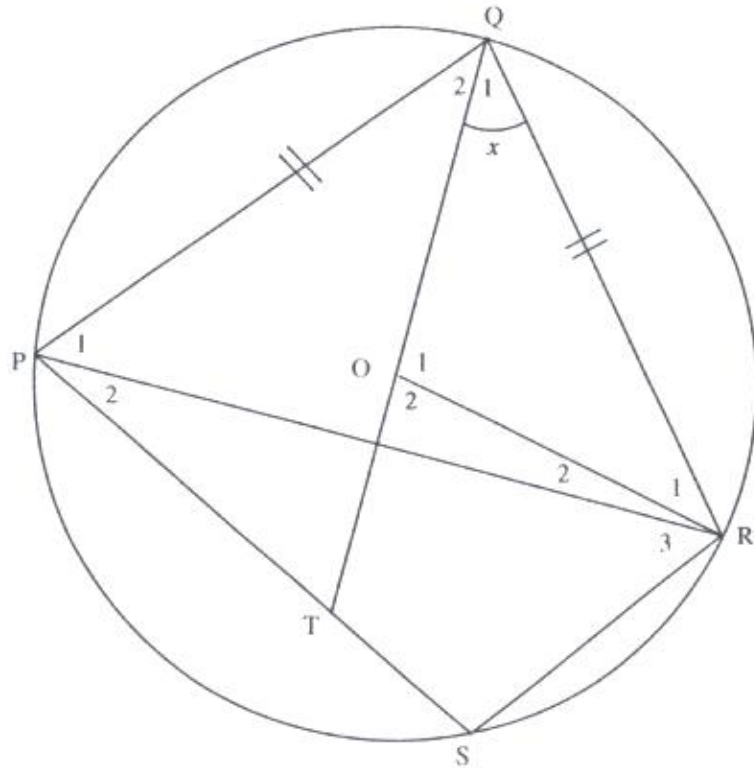
**VRAAG 9**

- 9.1 In die onderstaande diagram is  $O$  die middelpunt van die sirkel.  $PSRT$  is 'n koordevierhoek. Bewys die stelling wat beweer dat  $\hat{PTR} + \hat{PSR} = 180^\circ$ .

(5)



- 9.2 In die onderstaande figuur is O die middelpunt van die sirkel. P, Q, R en S is punte op die omtrek van die sirkel. TOQ is 'n reguitlyn, met T wat op PS lê.  $PQ = QR$  en  $\hat{Q}_1 = x$ .

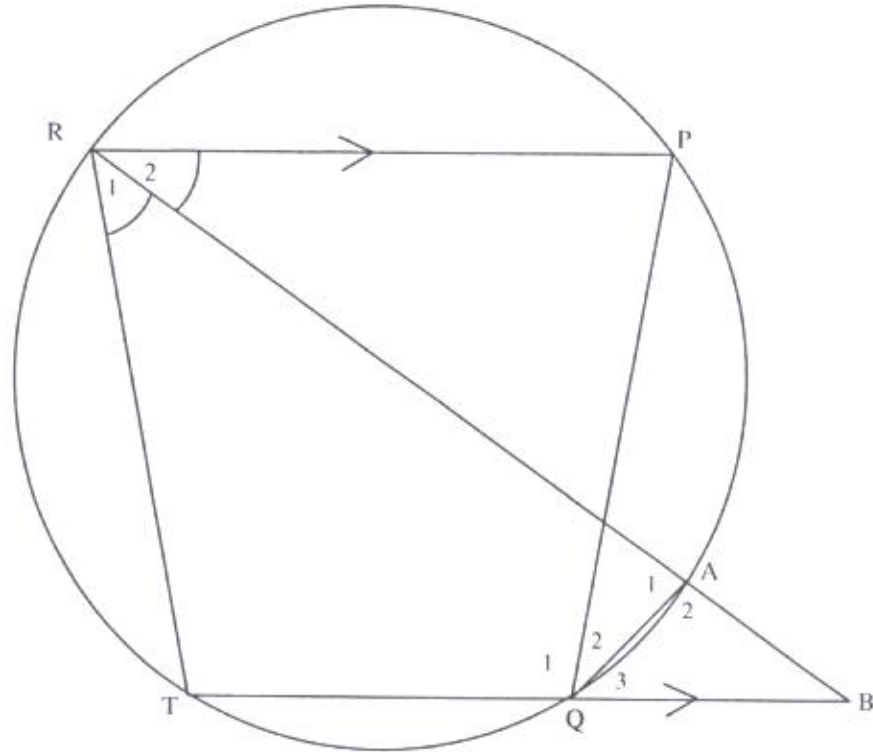


- 9.2.1 Bereken, met redes,  $\hat{P}_1$  in terme van  $x$ . (4)
- 9.2.2 Bewys dat TQ  $\hat{PQR}$  halveer. (3)
- 9.2.3 Bewys dat STOR 'n koordevierhoek is. (5)

[17]

**VRAAG 10**

In die diagram lê punte R, P, A, Q en T op die omtrek van die sirkel. RA halveer  $\hat{R}$  en  $RP \parallel TB$ . RA en TQ verleng ontmoet in B.



Bewys dat:

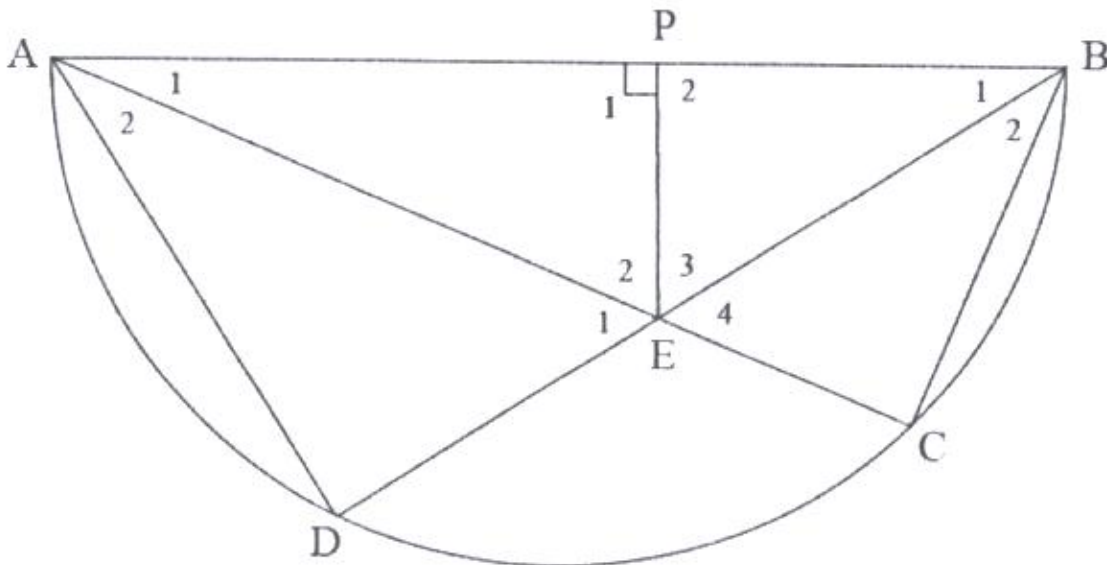
10.1  $AQ$  halveer  $\hat{PQB}$ . (5)

10.2  $\hat{TRP} = \hat{A}$  (4)

[9]

**VRAAG 11**

In die diagram is AB die middellyn van die halwe sirkel ADCB. Koorde AC en BD sny in E. EP is loodreg op AB.



11.1 Bewys  $\triangle BPE \parallel \triangle BDA$ . (4)

11.2 Bewys dat  $AB^2 = BD^2 + \frac{BD^2 \cdot PE^2}{BP^2}$  (6)

[10]

**TOTAAL: 150 PUNTE**