education
DEPARTMENT: EDUCATION
MPUMALANGA PROVINCE

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT EKSAMEN

WISKUNDE V2

SEPTEMBER 2017

GRAAD 12

PUNTE: 150

TYD: 3 ure

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye en 'n formuleblad

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Beantwoord al die vrae in die ANTWOORDBOEK.
4. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.
5. Volpunte sal NIE noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word NIE.
6. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die volgende frekwensietabel gee die aantal doele wat aangeteken is deur die 21 top doelaantekenaars in die "Absa Soccer Premiership" gedurende die seisoen van 2008 en 2009.

Doele aangeteken	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$6 < x \leq 8$	7	
$8 < x \leq 10$	p	14
$10 < x \leq 12$	5	
$12 < x \leq 14$	0	
$14 < x \leq 16$	0	
$16 < x \leq 18$	1	
$18 < x \leq 20$	1	21

1.1 Bepaal die waarde van p. (1)

1.2 Bereken die geskatte gemiddelde doele aangeteken in die 2008/2009 seisoen deur die 21 top doelaantekenaars. (2)

1.3 Voltooi die kumulatiewe frekwensie kolom in die tabel in die ANTWOORDBOEK. (2)

1.4 Teken die kumulatiewe frekwensie kurwe (ogief) wat die data verteenwoordig op die rooster in die ANTWOORDBOEK. (4)

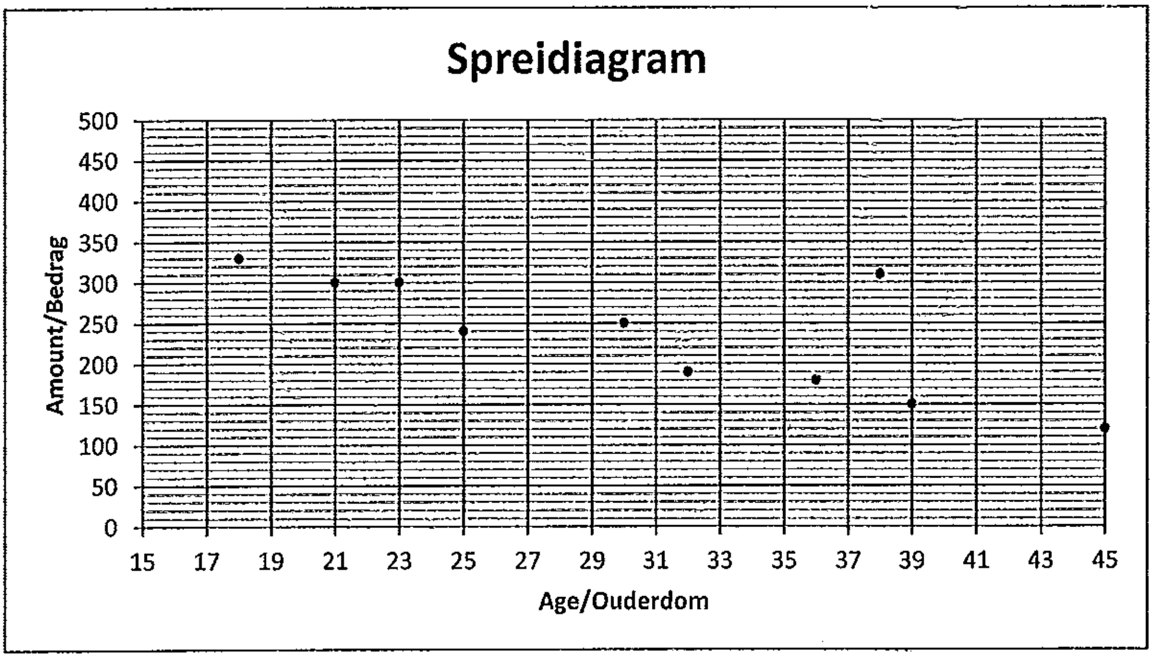
1.5 Gebruik die grafiek om die geskatte interkwartiel variansie wydte (IQR) te bepaal. (3)

[12]

VRAAG 2

'N winkel loods 'n ondersoek van 'n verteenwoordigende steekproef van gereëlde kliënte om die ouderdom van die kliënte te bepaal teenoor die bedrag wat hulle maandeliks spandeer. Die resultate word in die tabel gegee. 'N grafiek wat die resultate verteenwoordig is ook gegee.

Ouderdom van kliënt	18	21	23	25	30	32	36	38	39	45
Bedrag spandeer in Rand	330	300	300	240	250	190	180	310	150	120



2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn. (3)

2.2 Voorspel die bedrag wat 'n 27 jarige kliënt sal spandeer. (2)

2.3 Teken die lyn van beste passing op die spreidiagram in die ANTWOORDBOEK. (2)

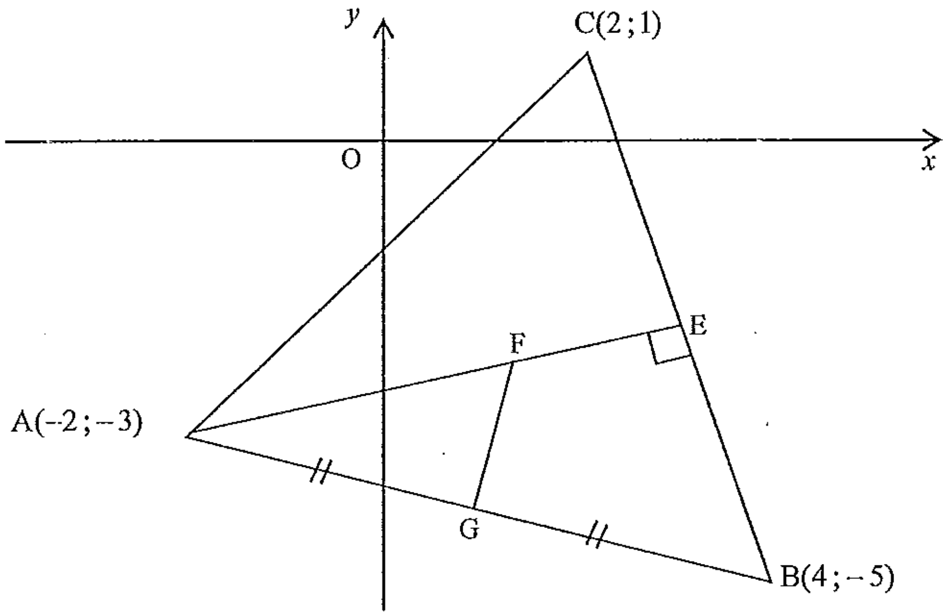
2.4 Bepaal die korrelasie koëffesiënt van die data. (2)

2.5 Lewer kommentaar op die sterkte van die verband tussen die ouderdom van 'n kliënt en die bedrag geld wat gespandeer word. (1)

[10]

VRAAG 3

3.1 In die diagram is, $A(-2\ ;-3)$, $B(4\ ;-5)$ en $C(2\ ;\ 1)$ is die hoekpunte van 'n driehoek in die Cartesiese vlak. G is die middelpunt van AB. E is 'n punt op BC sodat $AE \perp BC$. FG is getrek



3.1.1 Bepaal:

(a) die koördinate van G. (2)

(b) die lengte van AB. (2)

3.1.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat deur A, B en E gaan in die vorm.

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (4)

3.1.3 Bereken die lengte van GE. (1)

3.1.4 A, B, C en D vorm 'n parallelogram met D in die tweede kwadrant.

Bepaal die koördinate van D. (4)

3.2 Punte $T(2t-11\,;\,t+2)$, $P(-2\,;\,3)$, $Q(4\,;\,-1)$ en $R(4p\,;\,p-7)$ word gegee.

Bepaal die waarde van:

3.2.1 p as QR parallel is aan die x-as. (2)

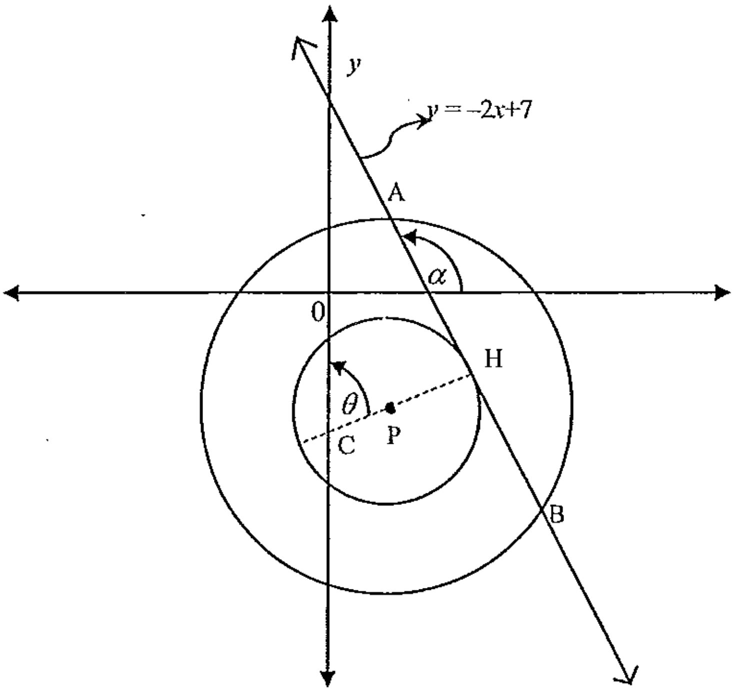
3.2.2 t as punte T, P en Q kollineêr is. (5)

[20]

VRAAG 4

In die diagam is twee konsentriese sirkels met middelpunt P geskets. Die lyn $y = -2x + 7$ sny die groter sirkel, $x^2 + y^2 - 2x + 10y = 35$ by A en B.

AHB is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by H.



4.1 Bereken:

4.1.1 Die koördinate van P. (4)

4.1.2 Die lengte van die radius AP. (1)

4.2 Bepaal die vergelyking van PH in die vorm $y = mx + c$. (4)

4.3 Bereken die koördinate van H. (4)

4.4 As die vergelyking van die kleiner sirkel gegee is as $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = 20$, bereken die lengte van AB. (3)

4.5 Bereken die grootte van θ. (4)

[20]

VRAAG 5

Beantwoord hierdie vraag sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.

5.1 Bepaal die waarde van die volgende uitdrukking:

$\cos(x+65°).\cos(x+20°)-\sin(x+245°).\sin(x+20°)$ (4)

5.2 Los op vir x in $\sin x=\cos 2x$, waar $x\in[-180°;\ 180°]$. (6)

5.3 As $\sin 36° = p$, druk die volgende uit in terme van p:

5.3.1 $\cos 36°$ (2)

5.3.2 $\cos 72°$ (3)

5.3.3 $\sin 66°$ (3)

[18]

VRAAG 6

6.1 Gegee: $f(x)=\cos x-\frac{1}{2}$ en $g(x)=\sin(x+30°)$.

Gebruik die assestelsel wat voorsien is in die ANTWOORDBOEK om sketsgrafieke van die krommes van f en g vir $x\in[-120°;\ 60°]$ te teken. Toon duidelik alle afsnitte met die asse, koördinate van alle draaipunte en koördinate van alle eindpunte van albei krommes aan. (6)

6.2 Gebruik die grafiek om te bepaal vir watter waarde(s) van x, $x\in[-120°; 60°]$ is:

6.2.1 $f(x)>g(x)$? (2)

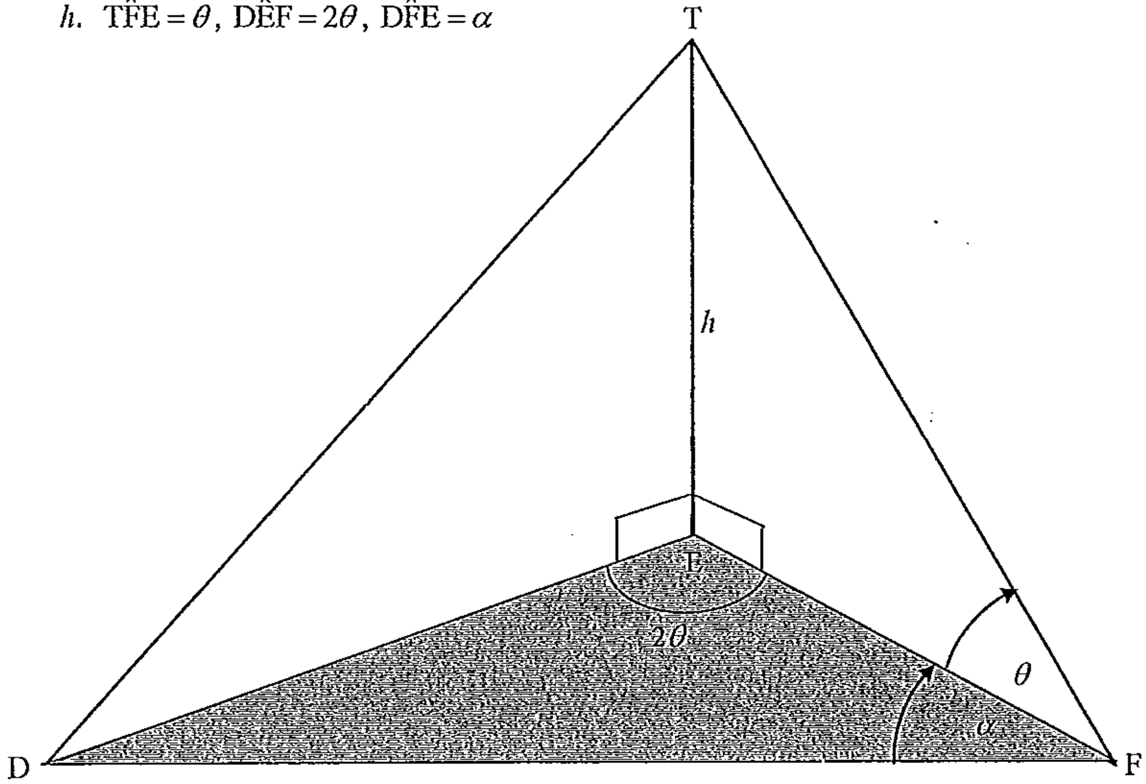
6.2.2 $\frac{f(x)}{g(x)}$ ongedefinieerd? (1)

6.2.3 $\cos(60°-x)<0$? (4)

[13]

VRAAG 7

In die diagram is 'n vertikale paal TE geanker deur kabels TD en TF só dat DE = 2 EF. D, E en F is punte in dieselfde horisontale vlak. Die hoogte van die paal is h. $T\hat{F}E = \theta$, $D\hat{E}F = 2\theta$, $D\hat{F}E = \alpha$



7.1 Druk EF uit in terme van h en θ uit. (2)

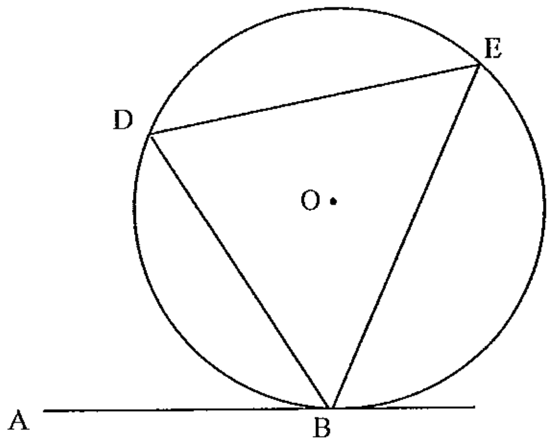
7.2 Bewys dat $DF = \dfrac{h\sqrt{9-8\cos^2\theta}}{\tan\theta}$ (5)

7.3 As $h = 20$ meter en $\theta = 25°$, bereken die area van ΔDEF. (4)

[11]

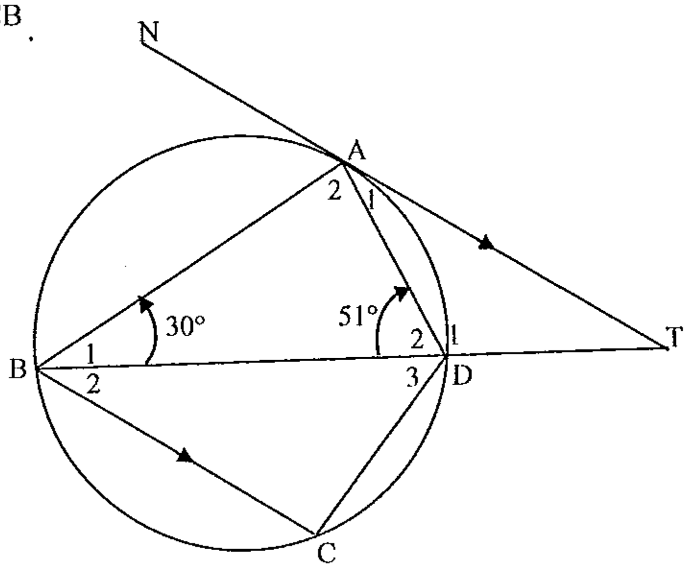
VRAAG 8

8.1 In die diagram is AB 'n raaklyn aan die sirkel by B. Koorde BD, DE en BE is geteken. O is die middelpunt van die sirkel. Bewys die stelling wat beweer dat $A\hat{B}D = D\hat{E}B$.



(6)

8.2 In die diagram is TAN 'n raaklyn aan die sirkel by A. ABCD is 'n koordevierhoek. BD is verleng tot by T, 'n punt op die raaklyn by T. $\hat{B}_1 = 30°$ en $\hat{D}_2 = 51°$. TAN ∥ CB.



Bereken, met redes, die groottes van:

8.2.1 $\hat{A}_1$ (2)

8.2.2 $\hat{T}$ (2)

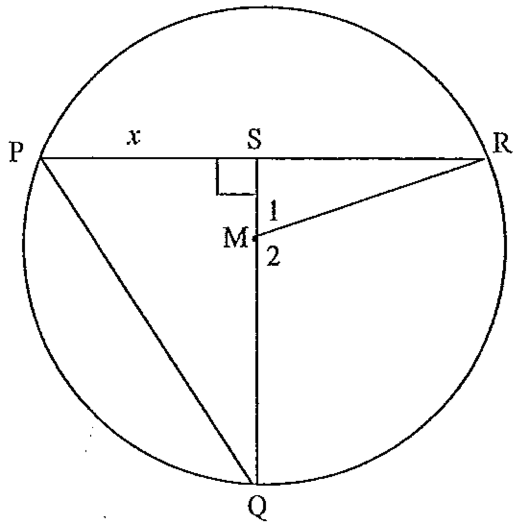
8.2.3 $\hat{B}_2$ (2)

8.2.4 $\hat{C}$ (3)

[15]

VRAAG 9

In die diagram is PR en PQ is gelyke koorde van die sirkel met middelpunt M. QS is loodreg op PR by S. PS $= x$ cm en MR is geteken.



9.1 Druk QS uit in terme van x. Gee redes. (5)

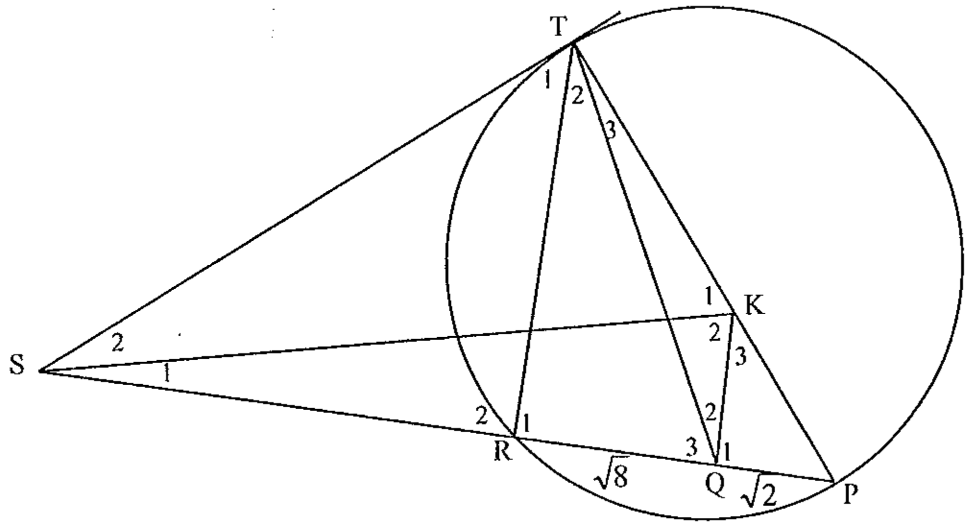
9.2 As $x = \sqrt{12}$ en MS $= 1$ eenheid, bereken die lengte van die radius van die sirkel. (2)

9.3 Bereken, met redes die grootte van $\hat{P}$. (5)

[12]

VRAAG 10

In die diagram is ST 'n raaklyn aan sirkel TRP. PT is 'n middellyn van die sirkel.. SRQP is 'n reguit lyn met Q op koord RP. K is 'n punt op PT. TR, TQ, SK en KQ is getrek. $PK:KT = 1:2$ en $RQ = \sqrt{8}$ eenhede en $PQ = \sqrt{2}$ eenhede.



Bewys dat:

10.1 $RT \parallel QK$ (2)

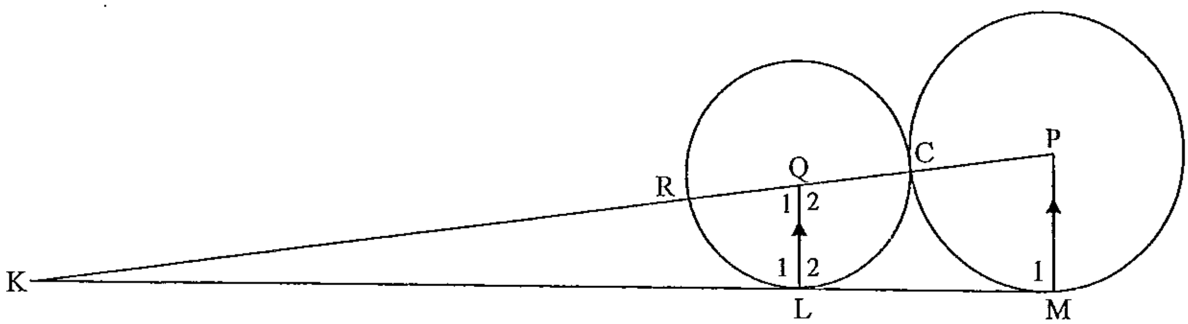
10.2 TKQS 'n koordevierhoek is. (6)

10.3 $\Delta KTS \,|||\, \Delta QRT$ (4)

[12]

VRAAG 11

In die diagram, raak twee sirkels met middelpunte P en Q mekaar uitwendig by C. PCQ, is verleng tot K en sny sirkel Q by R. KLM is 'n gemeenskaplike raaklyn aan sirkels Q en P by L en M onderskeidelik. QL : PM = 2 : 3. QL ∥ PM



11.1 Bewys dat $RQ : RP = 2 : 7$ (2)

11.2 Noem 'n driehoek wat gelykvormig is aan ΔKLQ (1)

11.3 Bereken $\frac{KR}{RQ}$ (4)

[7]

TOTAAL: 150 PUNTE

FORMULA SHEET

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}\ ; r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}\ ;\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$In\ \ \Delta ABC$: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$$
$$= 1 - 2sin^2\alpha$$
$$= 2cos^2\alpha - 1$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_1 - x)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$