



GAUTENG PROVINCE
EDUCATION
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

2017

10612

WISKUNDE

TWEEDE VRAESTEL

TYD: 3 uur

PUNTE: 150

17 bladsye en 1 inligtingsblad

**WISKUNDE: Vraestel 2
1061A**



10612A

X10



3

GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS
VOORBEREIDENDE EKSAMEN

WISKUNDE
(Tweede Vraestel)

TYD: 3 uur

PUNTE: 150

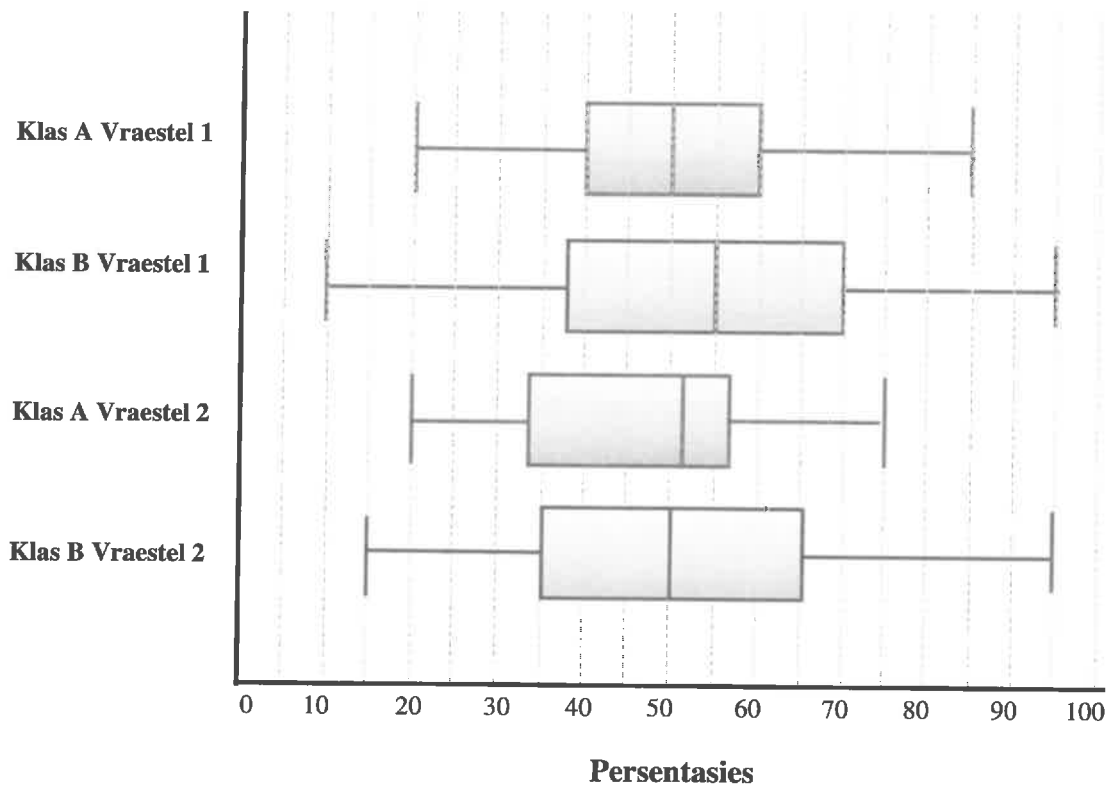
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n INLIGTINGSBLAD met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

- 1.1 Die houer-en-puntdiagram hieronder, som die resultate op wat behaal is in Vraestel 1 en Vraestel 2 van 'n sekere skool in die 2016 Voorbereidende Eksamen.



- 1.1.1 Skryf die mediaanpunt vir **Klas B Vraestel 1** neer. (1)
- 1.1.2 Skryf die interkwartiel-variasiewydte vir **Klas A Vraestel 1** neer. (2)
- 1.1.3 Skryf die persentasies neer, wat in **Klas B Vraestel 2** deur 75% van die leerders behaal is. (1)
- 1.1.4 Lewer kommentaar oor die skeefheid van die data vir **Klas A Vraestel 2**. (1)

- 1.2 Die onderstaande tabel verteenwoordig **kumulatiewe frekwensies** van eksamen persentasies. Die punte is vir 'n groep van 30 leerders.

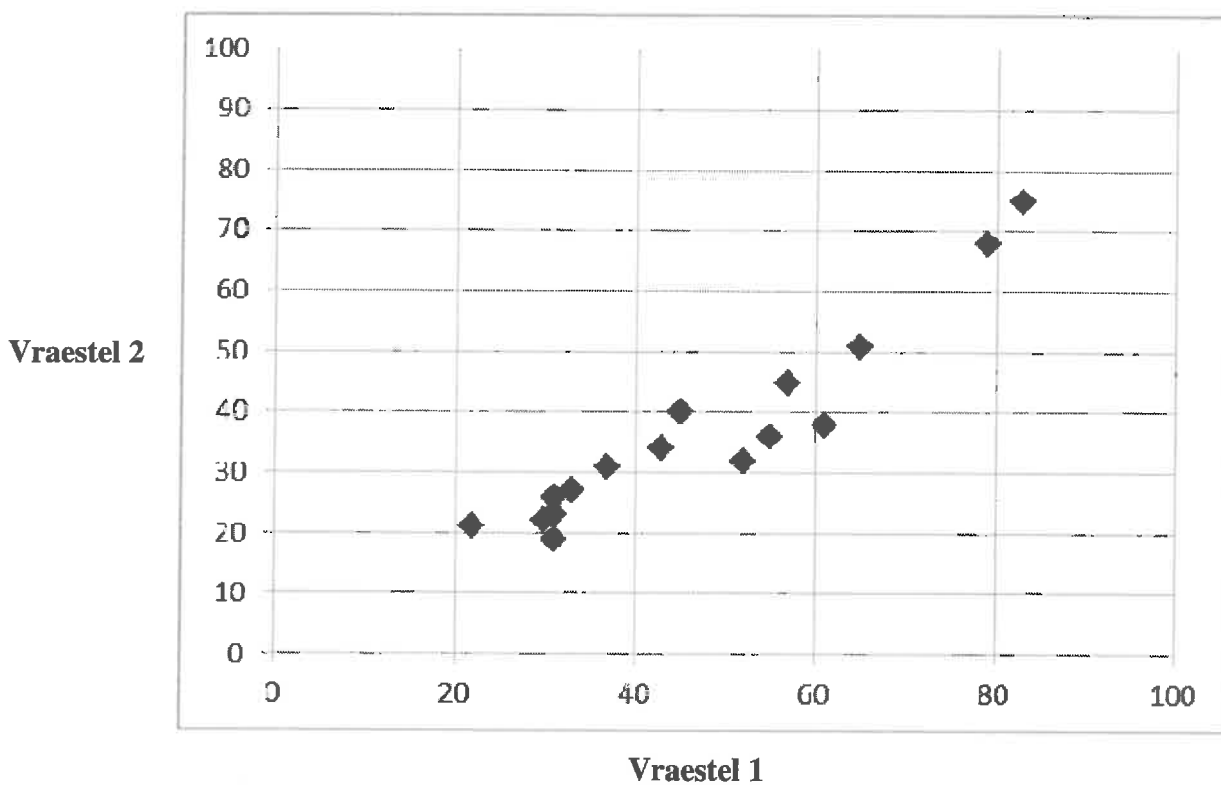
Klasinterval	Kumulatiewe Frekwensie
$10 \leq x \leq 19$	1
$20 \leq x \leq 29$	2
$30 \leq x \leq 39$	4
$40 \leq x \leq 49$	6
$50 \leq x \leq 59$	14
$60 \leq x \leq 69$	19
$70 \leq x \leq 79$	23
$80 \leq x \leq 89$	26
$90 \leq x \leq 100$	30

- 1.2.1 Skets die ogief (kumulatiewe frekwensiekurwe) deur van die tabel hierbo gebruik te maak. (3)
- 1.2.2 Watter persentasie van die leerders behaal minder as 70%? (1)
- 1.2.3 Hoeveel leerders het punte van 80 – 89% behaal? (1)
- 1.2.4 Skryf 'n moontlike punt vir 'n leerder wie die derdelaagste punt behaal het neer. (1)
- 1.2.5 Gebruik die grafiek om die **KLEINSTE** moontlike omvang van punte wat deur die leerders behaal is, neer te skryf. (1)
- [12]

VRAAG 2

Die punte wat as 'n persentasie deur 17 leerders in Vraestel 1 en Vraestel 2 in die 2016 Voorbereidende Eksamen behaal is, word in die tabel hieronder gegee. Dieselfde inligting word in die verspreidingsdiagram voorgestel.

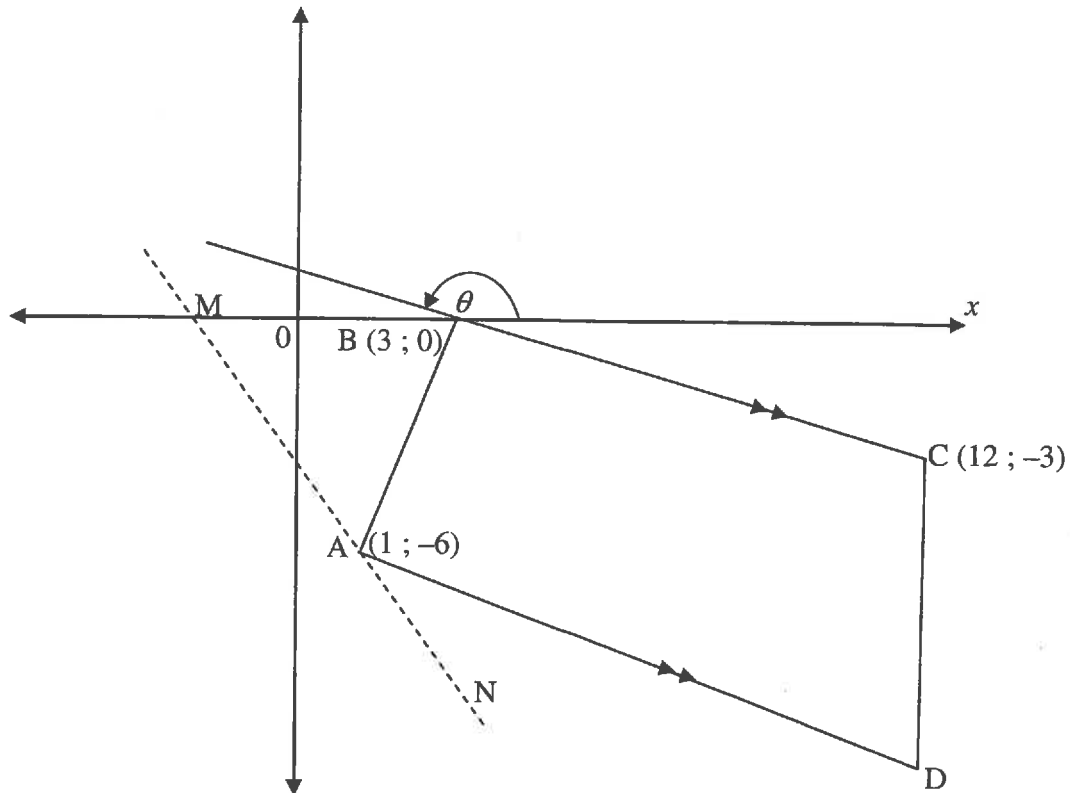
Vraestel 1	22	83	55	52	65	31	61	31	31	57	30	33	45	31	43	37	79
Vraestel 2	21	75	36	32	51	19	38	23	26	45	22	27	40	23	34	31	68



- 2.1 Bereken die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)
- 2.2 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)
- 2.3 Skets die kleinstekwadrate-regressielyn op die spreidiagram wat in die ANTWOORDBOEK verskaf is. (2)
- 2.4 'n Leerder behaal 98% in Vraestel 1 en 79,4% in Vraestel 2. Is hierdie punte geldig en betroubaar? Verduidelik jou antwoord. (2)
- [8]**

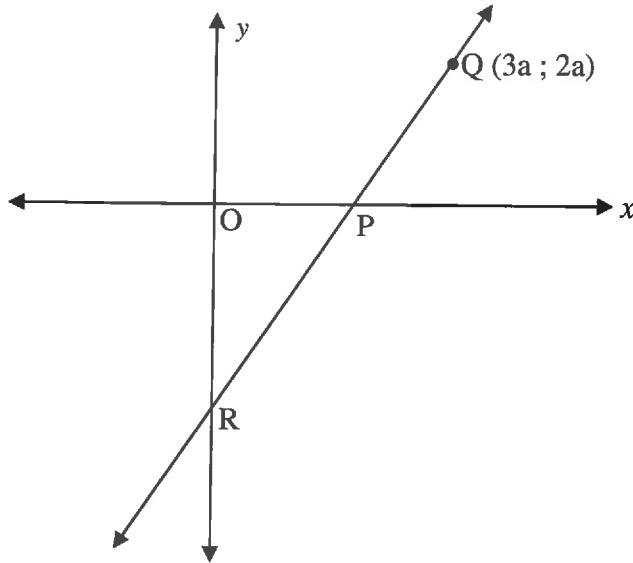
VRAAG 3

- 3.1 In die diagram hieronder is $A(1; -6)$, $B(3; 0)$, $C(12; -3)$ en D die hoekpunte van 'n trapesium met $AD \parallel BC$. Die inklinasie van BC , is θ



- 3.1.1 Bereken die grootte van θ . (4)
- 3.1.2 Bewys dat $AD \perp AB$. (3)
- 3.1.3 'n Reguitlyn, MAN , gaan slegs deur hoekpunt A van trapesium $ABCD$. 'n Hoek van 45° word gevorm tussen lyn MAN en lyn AD . Bepaal die vergelyking van lyn MAN . (4)

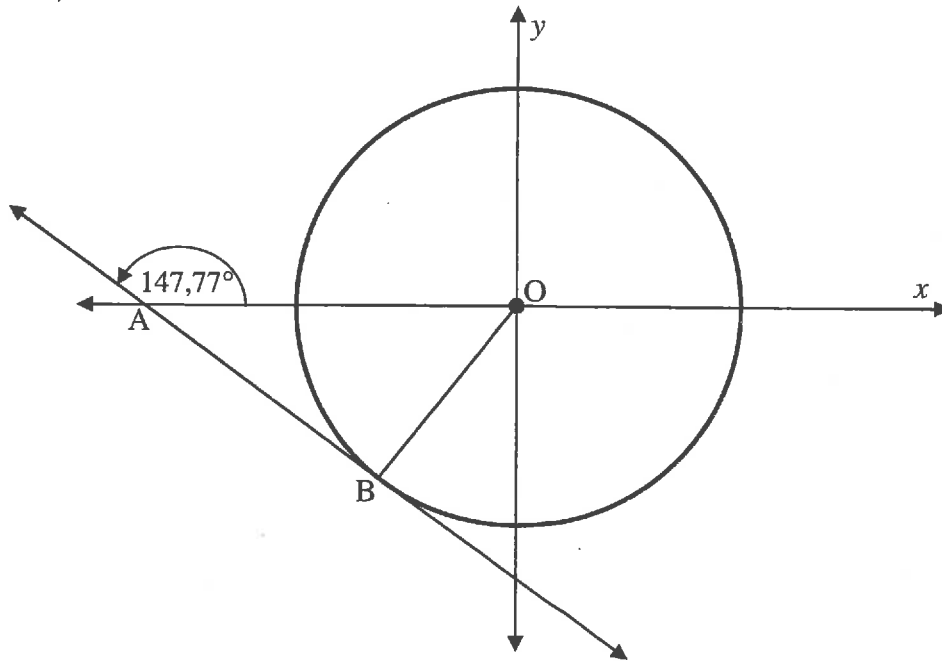
- 3.2 'n Reguitlyn met 'n gradiënt van 2, sny die x -as by P, die y -as by R en gaan deur Q ($3a ; 2a$)



- 3.2.1 Skryf die vergelyking van QR, in terme van a neer. (2)
- 3.2.2 Vervolgens, bepaal die oppervlakte van ΔPOR in terme van a . (4)
- 3.2.3 Bereken die waarde van a , as die punte D ($-3 ; -14$), Q en E ($3 ; -2$) kollineêr is. (3)
- [20]

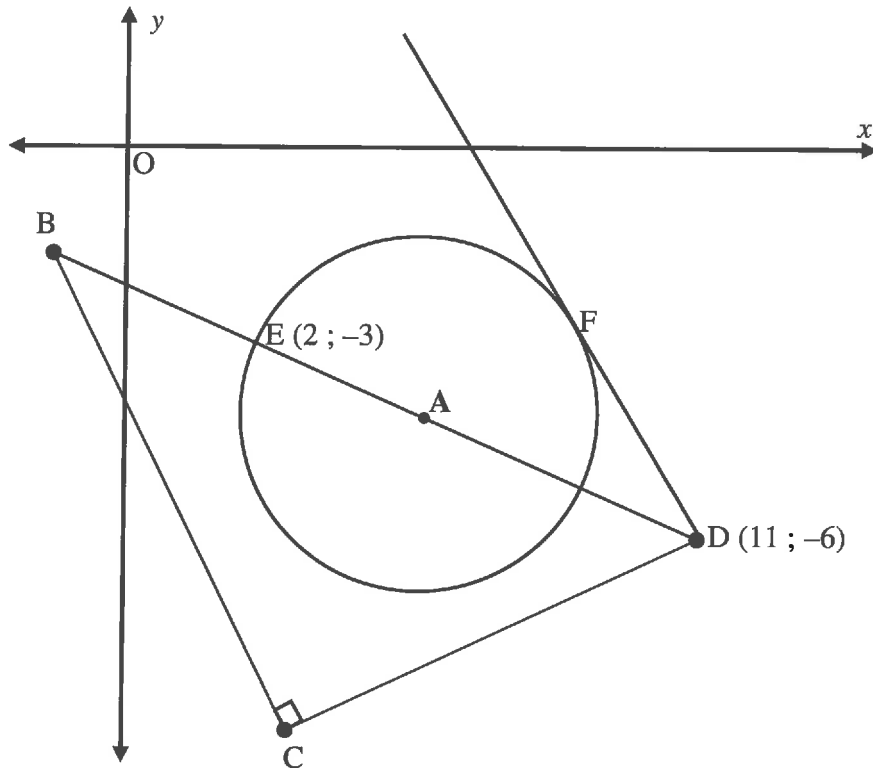
VRAAG 4

- 4.1 Die figuur hieronder toon sirkel O met 'n radius van 8 eenhede. Raaklyn AB raak die sirkel by B en sny die negatiewe x-as by A sodat die inklinasie van die raaklyn $147,77^\circ$ is.



- 4.1.1 Skryf die vergelyking van die sirkel neer. (1)
- 4.1.2 Bereken die koördinate van A. (4)

- 4.2 A is die middelpunt van 'n sirkel met vergelyking $x^2 - 10x + y^2 + 8y + 31 = 0$.
 E (2 ; -3), 'n punt op die sirkel, is ook die middelpunt van AB.
 BEA word verleng na D (11 ; -6). C is 'n punt sodat $BC \perp DC$.

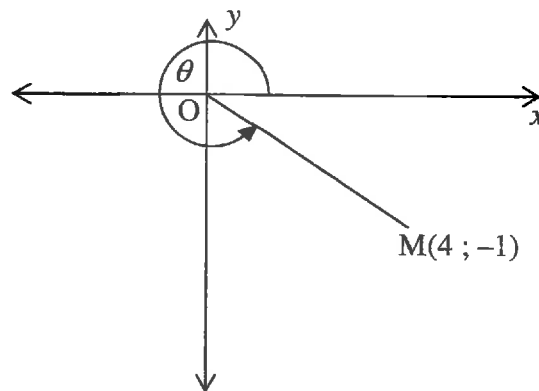


- 4.2.1 Skryf die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (3)
- 4.2.2 Skryf die koördinate van A, die middelpunt van die sirkel, neer. (1)
- 4.2.3 Skryf die lengte van die radius van die sirkel in wortelvorm neer. (1)
- 4.2.4 Bereken die koördinate van B. (3)
- 4.2.5 As $x = k$ 'n raaklyn aan sirkel A is, bepaal die waarde(s) van k .
(Laat jou antwoord in wortelvorm.) (3)
- 4.2.6 DF is 'n raaklyn aan die sirkel by F. Bereken die lengte van DF in wortelvorm. (4)

[20]

VRAAG 5

In die diagram hieronder is $M(4; -1)$ gegee en $\widehat{XOM} = \theta$.



5.1 Bereken die grootte van θ . (3)

5.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukking, tot 'n enkele trigonometriese funksie, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

$$\frac{2 \cos(90^\circ - x)}{\sin(180^\circ - 2x)} \times \frac{\cos(60^\circ - x) \cos x - \sin(60^\circ - x) \sin x}{\tan(-x)} \quad (7)$$

5.3 As $\cos 18^\circ = k$, druk die volgende uit in terme van k , **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**.

5.3.1 $\sin 108^\circ$ (2)

5.3.2 $\cos(-36^\circ)$ (3)

5.4 Los op vir x as:
 $2 \sin x \cos x + 2 \sin x + \cos^2 x + \cos x = 0$ vir $x \in [-180; 180^\circ]$ (6)

5.5 Gegee dat $\tan \theta = p$ in enige reghoekige driehoek:

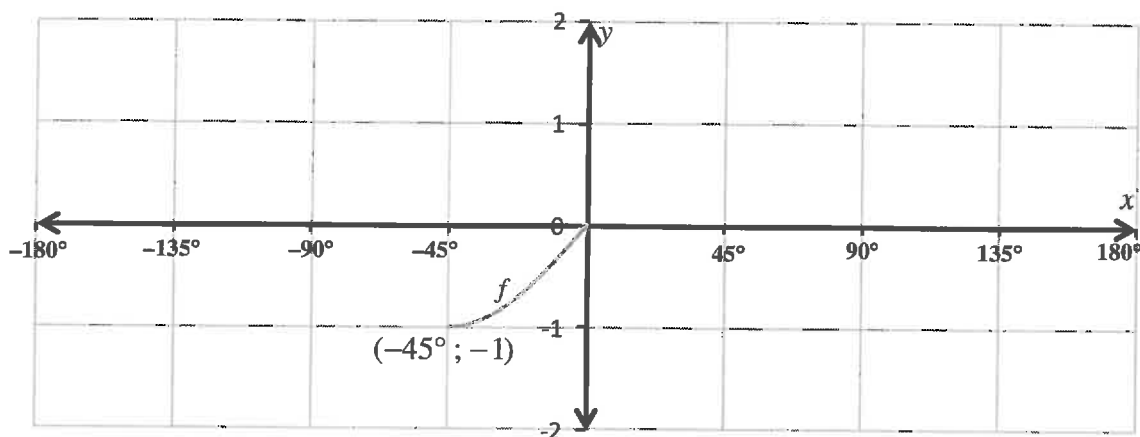
5.5.1 Toon aan dat $\sin 2\theta = \frac{2p}{p^2 + 1}$. (2)

5.5.2 Vervolgens, of andersins, bereken die maksimum waarde van $\frac{(p+1)^2}{p^2 + 1}$. (3)

[26]

VRAAG 6

Die skets hieronder toon 'n gedeelte van die grafiek van f waar $f(x) = a \sin bx$. 'n Draaipunt van f is by $(-45^\circ; -1)$.

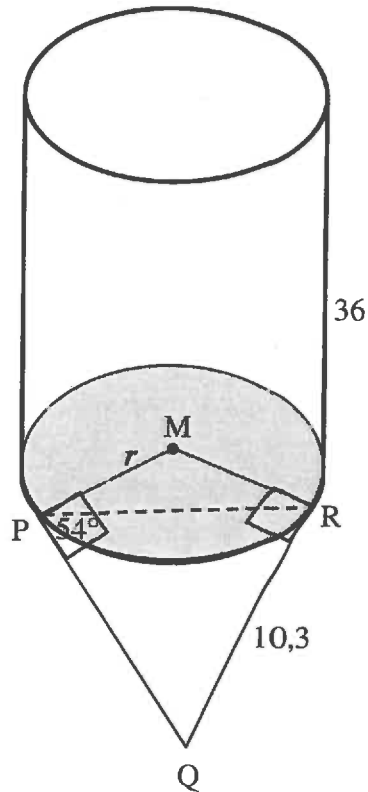


- 6.1 Skryf die waardes van a en b neer. (3)
- 6.2 Gebruik die rooster in die ANTWOORDBOEK om die grafiek van f te voltooi vir $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$. (3)
- 6.3 Bepaal vervolgens die waardes van x waarvoor $f'(x) < 0$ in die interval $x \in [0^\circ; 180^\circ]$. (2)
- [8]

VRAAG 7

Die diagram hieronder verteenwoordig 'n regte silindriese silo. M is die middelpunt van die sirkelvormige basis. PQ en RQ is raaklyne aan die basis by P en R. M, P, Q en R lê in dieselfde horisontale vlak. Die vertikale hoogte van die silinder is 36 meter.

$PQ = 10,3$ m en $\widehat{RPQ} = 54^\circ$.



- 7.1 Bepaal die grootte van \hat{Q} . (2)
- 7.2 Bereken die lengte van PR. (2)
- 7.3 Bereken die volume van die silindriese gedeelte van die silo. (5)
- [9]

GEE REDES VIR ALLE BEWERINGS EN BEREKENINGE IN VRAE 8, 9, 10 EN 11.

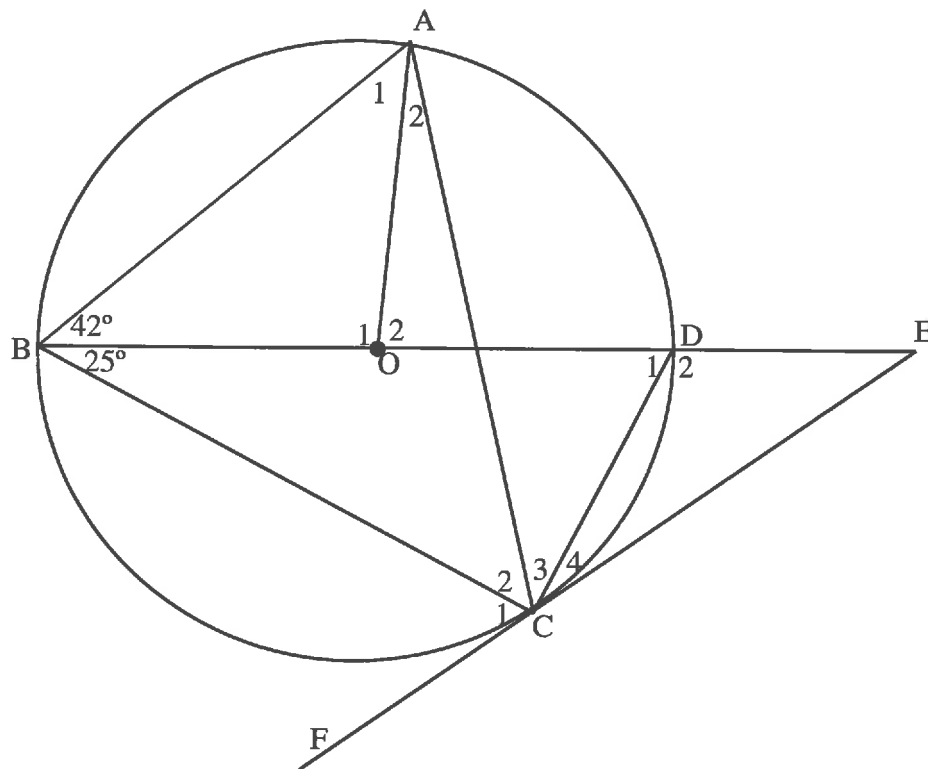
VRAAG 8

8.1 Voltooi die bewering sodat dit WAAR is.

Die hoek wat 'n koord by die ... van 'n sirkel onderspan, is dubbel die hoek wat dit by enige punt op die omtrek onderspan. (1)

8.2 In die diagram hieronder, gaan die omtrek van die sirkel met middelpunt O deur A,B,C en D sodat BOD 'n middellyn is. BD word verleng na E sodat FCE 'n raaklyn aan die sirkel is by C.

$\hat{A}BE = 42^\circ$ en $\hat{D}BC = 25^\circ$.



Bereken:

8.2.1 \hat{BCD} (2)

8.2.2 \hat{A}_1 (2)

8.2.3 \hat{O}_2 (2)

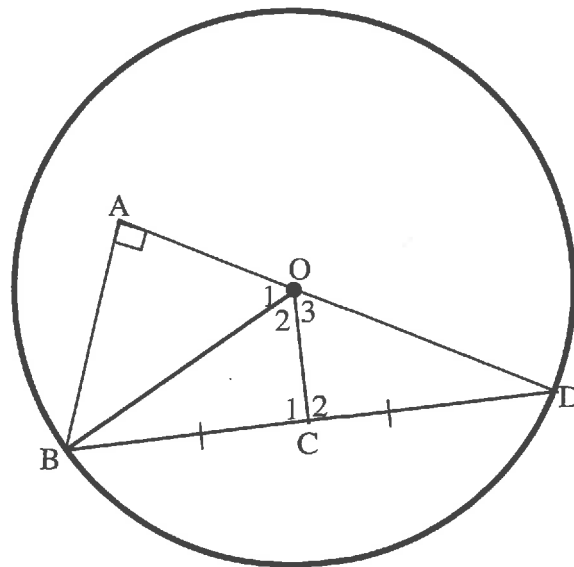
8.2.4 \hat{C}_4 (2)

[9]

b.o.

VRAAG 9

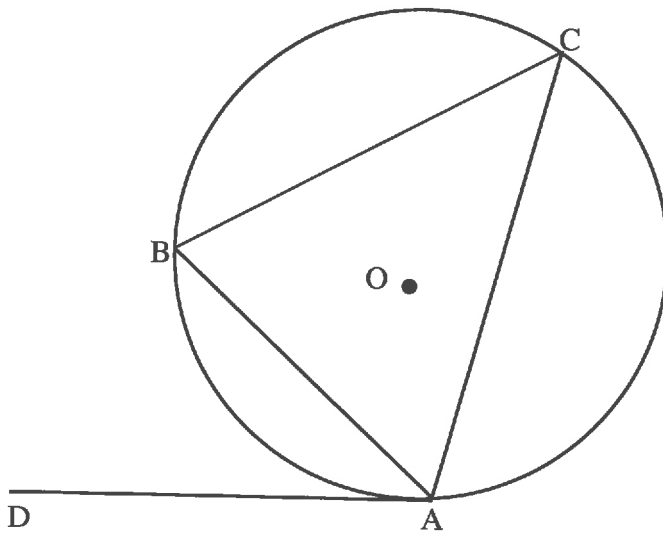
In die onderstaande diagram is O die middelpunt van die sirkel. C is die middelpunt van koord BD. Punt A lê binne die sirkel sodat $BA \perp AOD$.



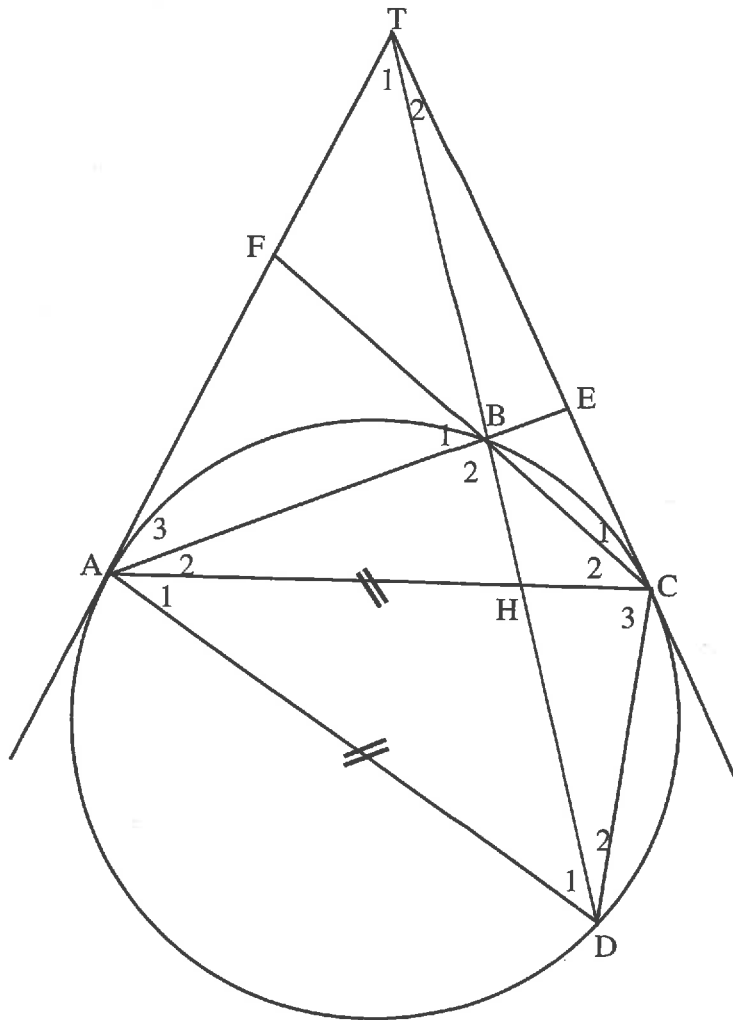
- 9.1 Toon aan dat $DA \cdot OD = OD^2 + OD \cdot OA$ (1)
- 9.2 Bewys dat $2DC^2 = OD^2 + OD \cdot OA$ (7)
- [8]

VRAAG 10

- 10.1 Gebruik die gegewe diagram om die stelling te bewys wat beweer dat as DA 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt O is, dan is $\hat{D}AB = \hat{B}CA$. (5)



- 10.2 In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek met $AC = AD$. Raaklyne AT en CT raak die sirkel by A en C onderskeidelik. FBC, ABE, AHC en DBT is reguitlyne.

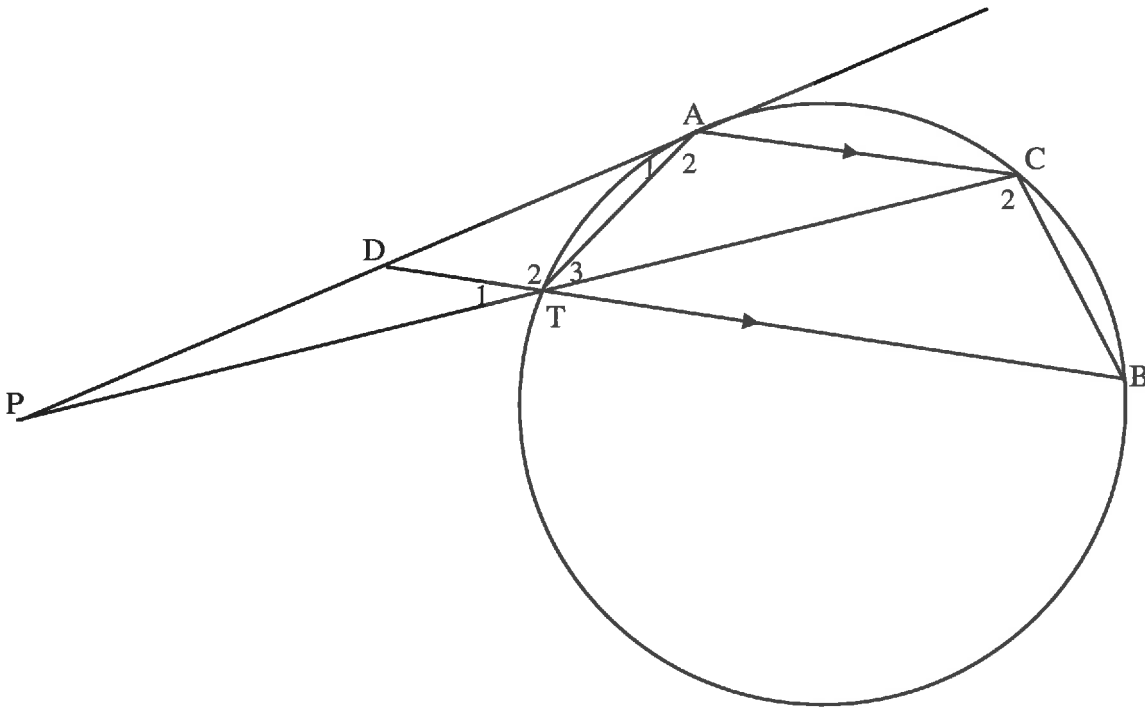


Bewys:

- 10.2.1 $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$. (5)
- 10.2.2 BECH is 'n koordevierhoek. (4)
- 10.2.3 CA is 'n raaklyn aan die sirkel wat deur die punte A, B en T gaan. (5)
- [19]

VRAAG 11

In die diagram hieronder is ACBT 'n koordevierhoek met $AC \parallel TB$. CT word verleng na P sodat raaklyn PA die sirkel by A ontmoet. BT verleng, ontmoet PA by D.



11.1 Bewys dat $\triangle PAT \sim \triangle PCA$ (3)

11.2 As $PA = 6$, $TC = 5$ en $PT = x$,

11.2.1 toon aan dat $PT = 4$. (4)

11.2.2 bereken die lengte van PD. (4)
[11]

TOTAAL: 150

EINDE

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte } \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$