Education

KwaZulu-Natal Department of Education

REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

WISKUNDE V2

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

SEPTEMBER 2017

NATIONAL SENIOR CERTIFICATE

GRAAD 12

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, insluitende 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDBOEK.

3. Toon duidelik AL die berekenings, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.

4. Volpunte sal nie noodwendig toegeken word aan antwoorde alleen nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimals syfers, tensy anders vermeld.

8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.

VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die hoogtes van palmbome in 'n park.

HOOGTE IN CM	AANTAL PALMBOME
$120 < x \leq 135$	1
$135 < x \leq 150$	15
$150 < x \leq 165$	45
$165 < x \leq 180$	28
$180 < x \leq 195$	1

1.1 Bepaal die benaderde gemiddelde hoogte van palmbome in die park. (2)

1.2 Teken 'n ogief om hierdie data voor te stel. (4)

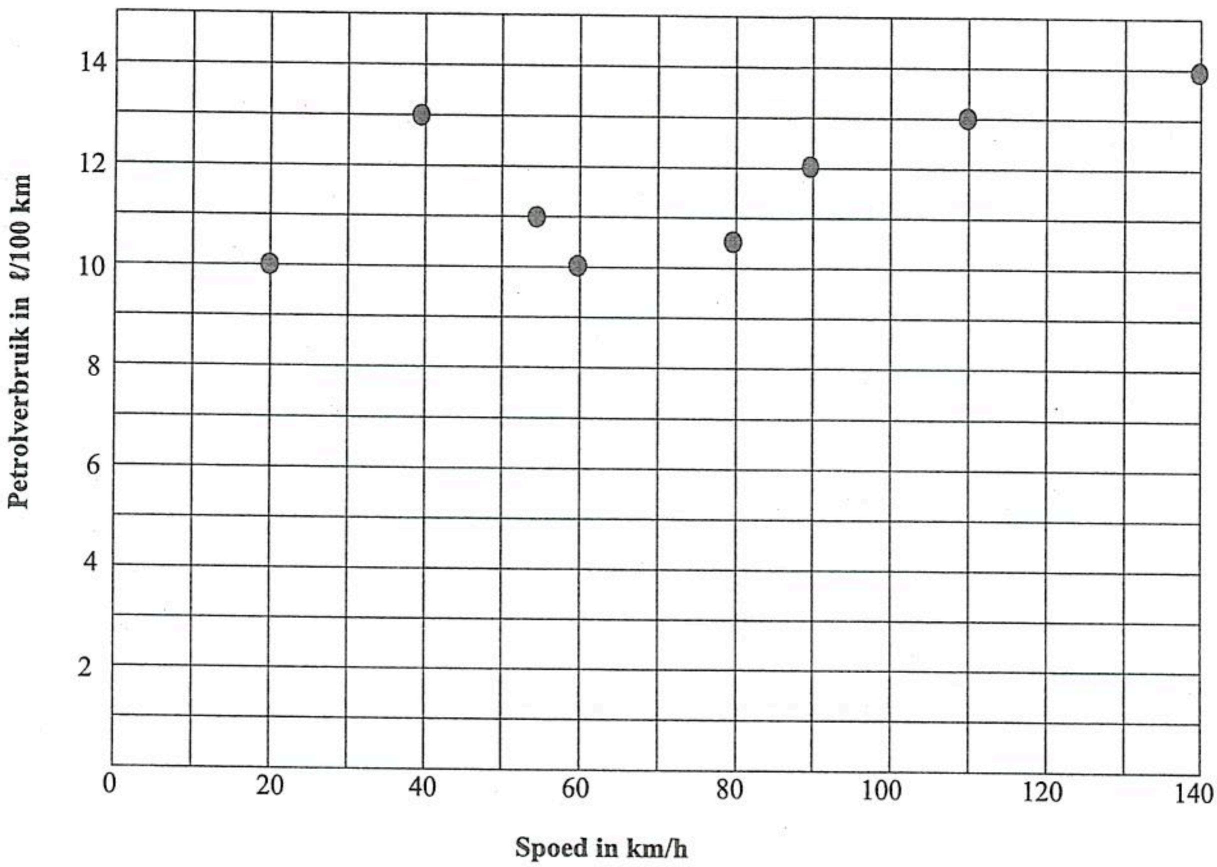
1.3 Gebruik jou ogief om die benaderde waarde te verkry van die:

1.3.1 mediaanhoogte van die palmbome. (2)

1.3.2 interkwartielomvang (interkwartielvariasiewydte). (3)
[11]

VRAAG 2

Die verspreidingsdiagram hieronder toon die petrolverbruik van 'n motor teenoor die spoed gery.



2.1 Identifiseer 'n uitskieter. Skryf die koördinate van die uitskieter neer. (1)

2.2 Bepaal:

2.2.1 die vergelyking van die regressielyn, met uitsluiting van die uitskieter. (3)

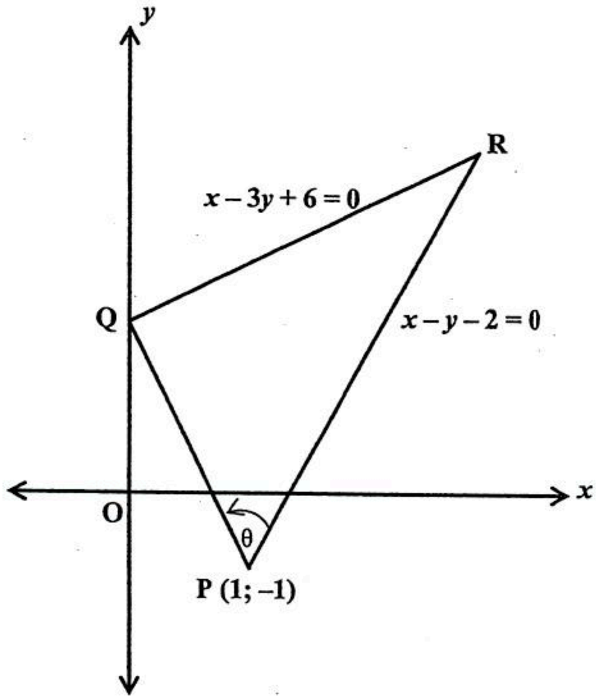
2.2.2 die korrelasie koëffisiënt, met uitsluiting van die uitskieter, en verduidelik watter tipe korrelasie dit is. (2)

2.2.3 die gemiddelde petrolverbruik van die motor. (2)

[8]

VRAAG 3

In die skets hieronder is PQR 'n driehoek met P$(1\ ;-1)$. Q is 'n punt op die y-as. Die vergelykings van QR en PR is onderskeidelik $x-3y+6=0$ en $x-y-2=0$. Dit word gegee dat $Q\hat{P}R=\theta$.



3.1 Toon aan dat die koördinate van Q $(0\ ;2)$ is. (2)

3.2 Skryf die gradiënt van QR neer. (2)

3.3 Bewys dat $P\hat{Q}R=90°$. (2)

3.4 Bereken die koördinate van R. (3)

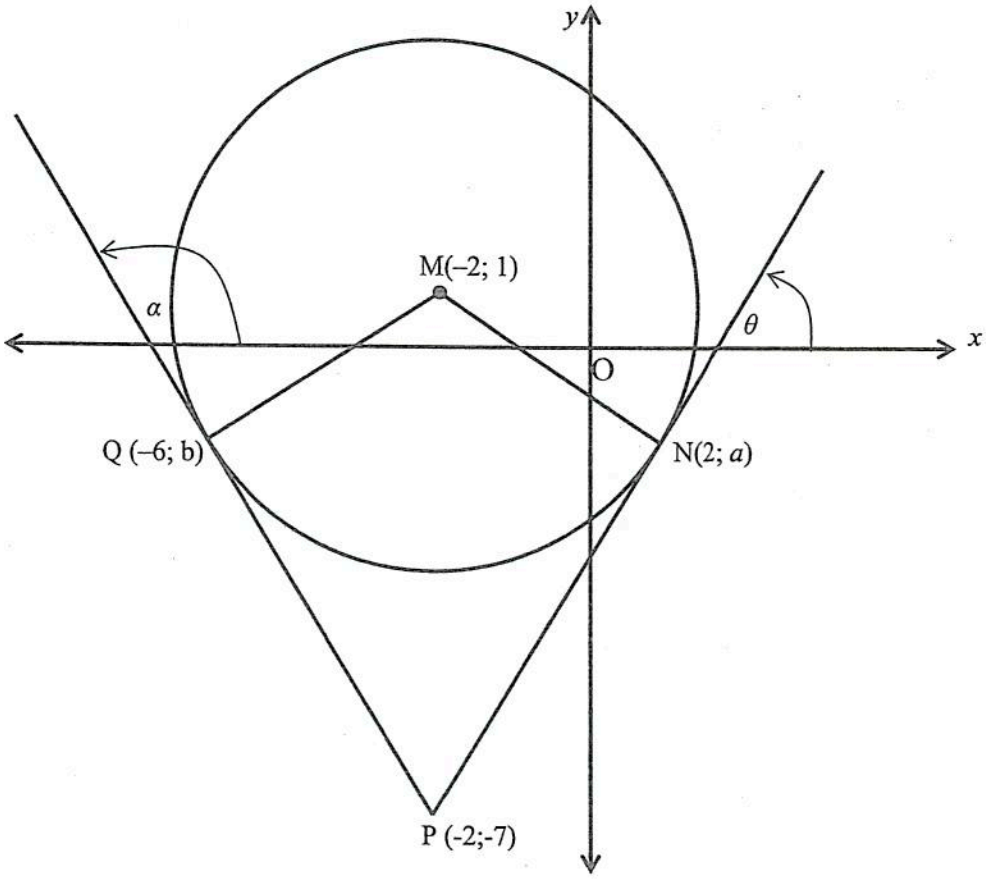
3.5 Bereken die oppervlakte van Δ PQR. (4)

3.6 Bereken die lengte van PR. (laat jou antwoord in vereenvoudigde wortelvorm). (2)

[15]

VRAAG 4

4.1 In die diagram hieronder is MN 'n radius van 'n sirkel met middelpunt M(–2 ; 1). Die koördinate van N is (2 ; a) met $a < 0$. Die koördinate van P is (–2; –7). PQ en PN is raaklyne aan die sirkel by onderskeidelik Q en N. Die koördinate van Q is (–6 ; b). PM is parallel aan die y – as.



4.1.1 Lei af dat $a = -3$. Toon al jou bewerkings. (5)

4.1.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (2)

4.1.3 Bereken die gradiënte van die raaklyne by Q en N. (4)

4.1.4 Indien die inklinasiehoeke van lyne PN en PQ onderskeidelik θ en α is, toon aan, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, dat $\tan^2 \alpha + \tan^2 \theta = 2$. (4)

4.2 Die sirkel gedefinieer deur $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$ se middelpunt is C, en die sirkel gedefinieer deur $x^2 + y^2 - 2y = 8$ se middelpunt is D.

4.2.1 Toon aan dat die twee sirkels mekaar inwendig raak. (5)

4.2.2 Bepaal die vergelyking van die gemene raaklyn aan die sirkels. (2)
[22]

VRAAG 5

5.1 Toon aan, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, dat

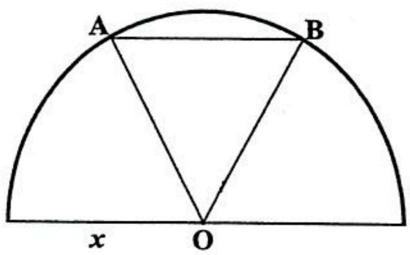
$$\sqrt{2}\cos\left(-45°\right) + \cos 210° - \tan 840° = \frac{2+\sqrt{3}}{2}.$$ (5)

5.2 Indien $\sin\theta = \dfrac{2n}{n^2+1}$, $n > 1$ en $0° < \theta < 90°$, bewys dat $\dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{n+1}{n-1}$. (7)

5.3 Bewys die identiteit:

$$\frac{\sin 2x}{\cos x\,(1-\cos 2x)\left(1+\dfrac{1}{\tan^2 x}\right)} = \sin x$$ (5)

5.4 Die skets hieronder toon 'n halfsirkel met middelpunt O en radius x.
Punte A en B is op die omtrek van die halfsirkel.
Bereken, in terme van x, die maksimum oppervlakte van ΔAOB.



(3)

[20]

VRAAG 6

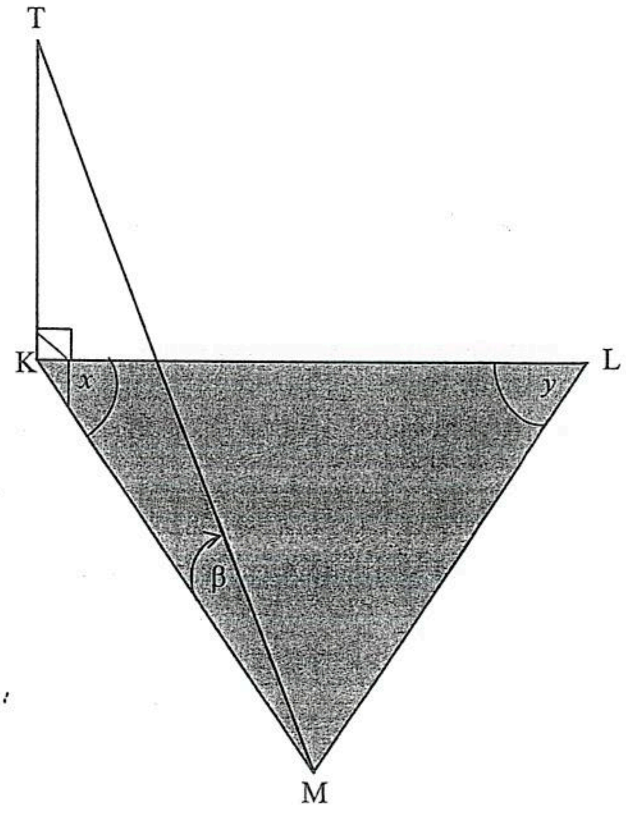
6.1 6.1.1 Skryf 'n uitdrukking vir $\sin(x + 30^\circ)$ neer. Laat jou antwoord in wortelvorm. (3)

6.1.2 Los nou die volgende vergelyking op:

$2\cos x = \sin(x + 30^\circ)$ vir $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$ (7)

6.2 Teken, op die assestelsel wat in jou antwoordboek voorsien is, die grafieke van $f(x) = 2\cos x$ en $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$ vir die interval $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$. (6)

6.3 TK is 'n paal met K in dieselfde horisontale vlak as L en M. Die hoogtehoek van T vanaf M is β. $L\hat{K}M = x$ en $K\hat{L}M = y$

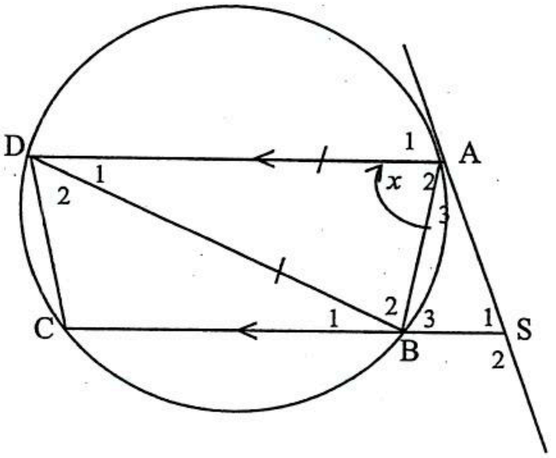


Toon aan dat $KT = \dfrac{KL \sin y \cdot \tan \beta}{\sin(x + y)}$ (5)

[21]

QUESTION 7

7. In die skets hieronder is ABCD 'n koordevierhoek. AS is 'n raaklyn aan die sirkel by A. CB is verleng na S. AD || SBC; AD = BD; $\hat{A}_2 = x$.

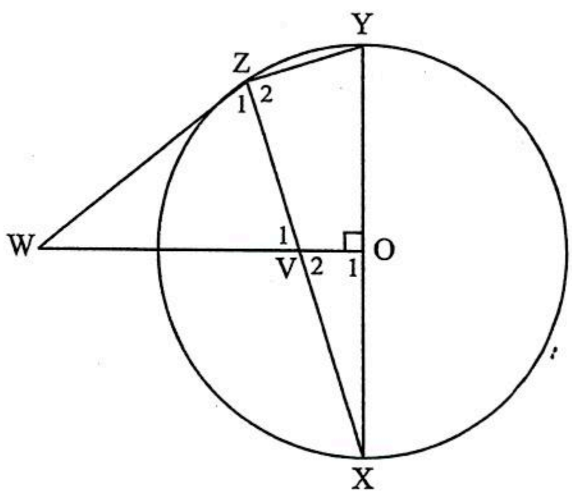


Skryf, met redes, VYF ander hoeke neer wat elkeen gelyk is aan x. (9)

[9]

QUESTION 8

In die figuur hieronder is O die middelpunt van die sirkel ZYX. WO sny XZ by V en WZ is 'n raaklyn aan die sirkel by Z. WO $\perp$ XY.



8.1 Bewys dat VOYZ 'n koördevierhoek is. (3)

8.2 Bewys dat ΔWVZ gelykbenig is. (3)

8.3 Bewys dat $\Delta XOV \;|||\; \Delta XZY$. (4)

8.4 Bereken VO, indien XZ = 16 eenhede, ZY = 12 eenhede en die radius van die sirkel 10 eenhede is. (3)

[13]

VRAAG 9

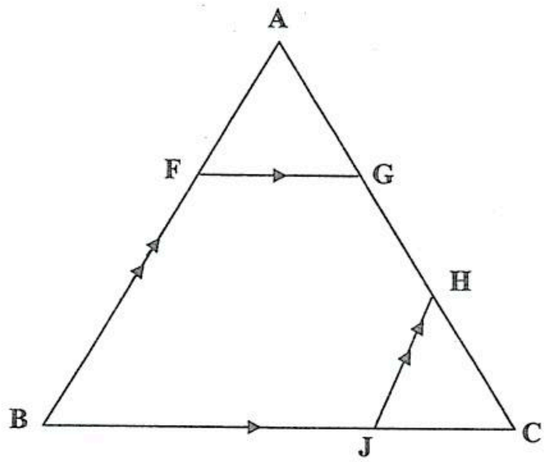
In die diagram hieronder is $FG \parallel BC$, $HJ \parallel AB$.
FA = 3 eenhede
FB = 9 eenhede
AG = 2 eenhede

CJ: JB = 1:3

Bereken (met redes) die lengtes van:

9.1 GC (4)

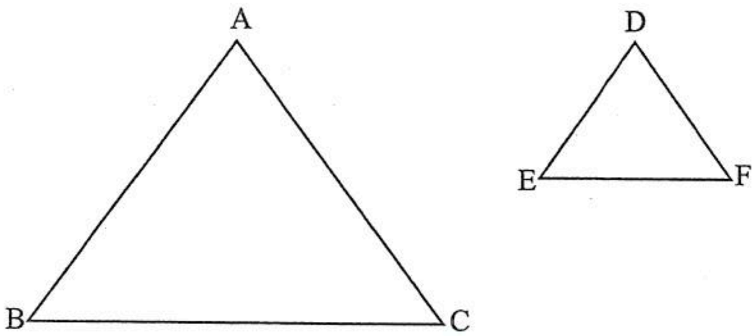
9.2 GH (5)



[9]

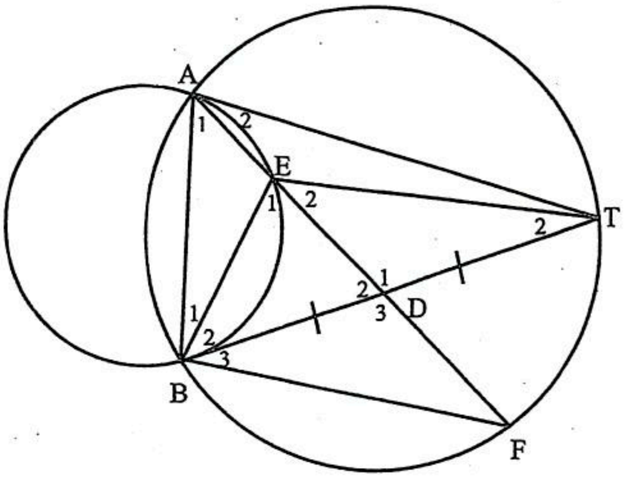
VRAAG 10

10.1 ΔABC en ΔDEF met $\hat{A} = \hat{D}$; $\hat{B} = \hat{E}$ en $\hat{C} = \hat{F}$ word hieronder getoon.



Bewys dat: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ (7)

10.2 In die skets hieronder, sny die twee sirkels mekaar by A en B. TB is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by B. Die lyn deur D en A sny die sirkels by E en F sodat BD = DT. AB, BE en EA is verbind.



10.2.1 Bewys dat $\Delta TDA \; ||| \; \Delta FDB$. (4)

10.2.2 Bewys dat $TB^2 = 4FD \cdot AD$. (2)

10.2.3 Bewys dat $BD^2 = DE.AD$. (4)

10.2.4 Lei af dat $ET = BF$. (5)

[22]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ $area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$