GAUTENG PROVINCE

EDUCATION
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

2019

10612

WISKUNDE

VRAESTEL 2

TYD: **3 uur**

PUNTE: **150**

16 bladsye + 1 inligtingsblad en 'n antwoordboek van 25 bladsye

WISKUNDE: Vraestel 2

10612A

X10

b.o.

GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS

VOORBEREIDENDE EKSAMEN

WISKUNDE
(Vraestel 2)

TYD: 3 uur

PUNTE: 150

INSTRUKSIES EN INLIGTING

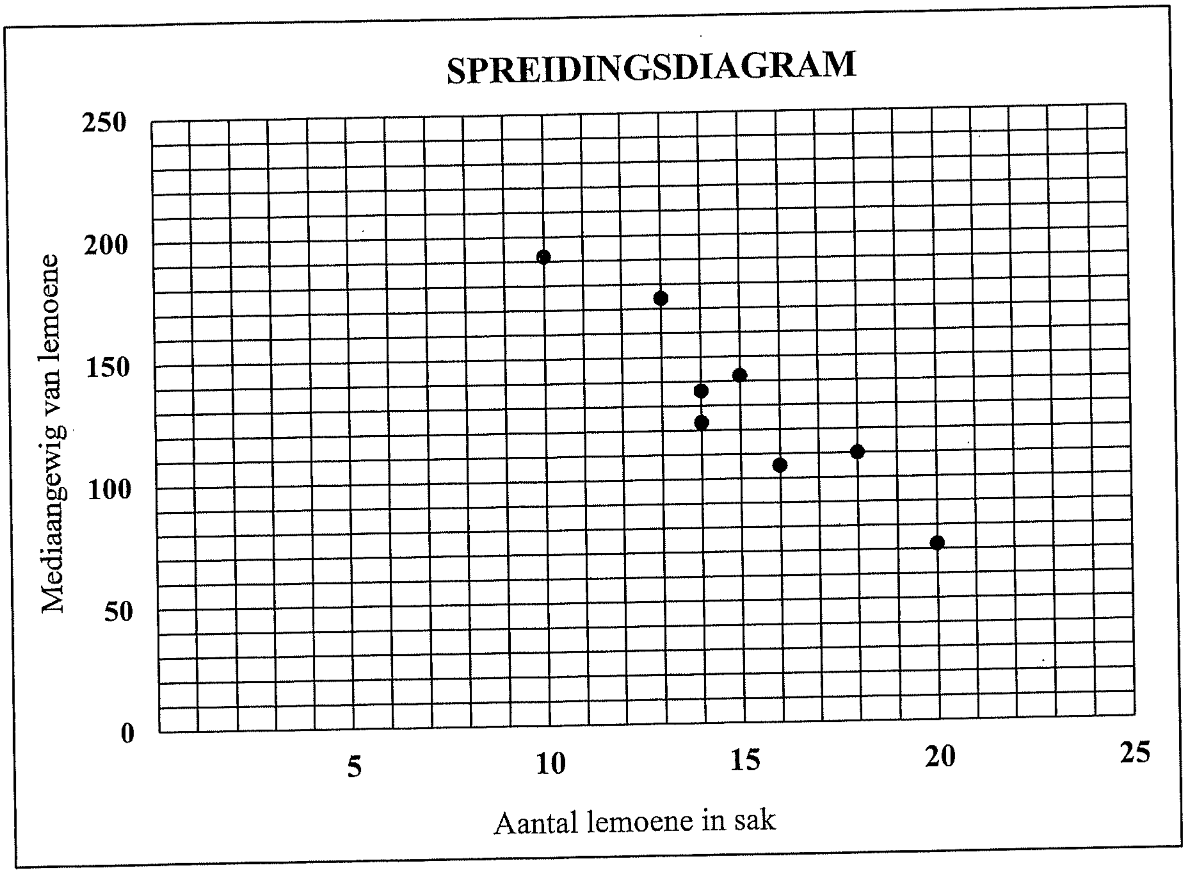
Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n INLIGTINGSBLAD met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Student ondersoek die aantal lemoene in 'n sak in verhouding tot die mediaangewig van die lemoene gevul in dieselfde sak. Die bevindings word in die onderstaande tabel gegee.

Aantal lemoene in 'n sak	18	16	20	15	14	13	14	10
Mediaangewig van lemoene in dieselfde sak (tot die naaste gram)	110	105	72	142	123	174	136	192



1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate-regressielyn vir hierdie data. (3)

1.2 Skryf die korrelasiekoëffisiënt vir die data neer. (1)

1.3 Trek die kleinste-kwadrate-regressielyn op die spreidingsdiagram in jou ANTWOORDBOEK. (2)

1.4 Lewer kommentaar op die sterkte van die verwantskap tussen die aantal lemoene in die sak en die mediaangewig van die lemoene. (1)

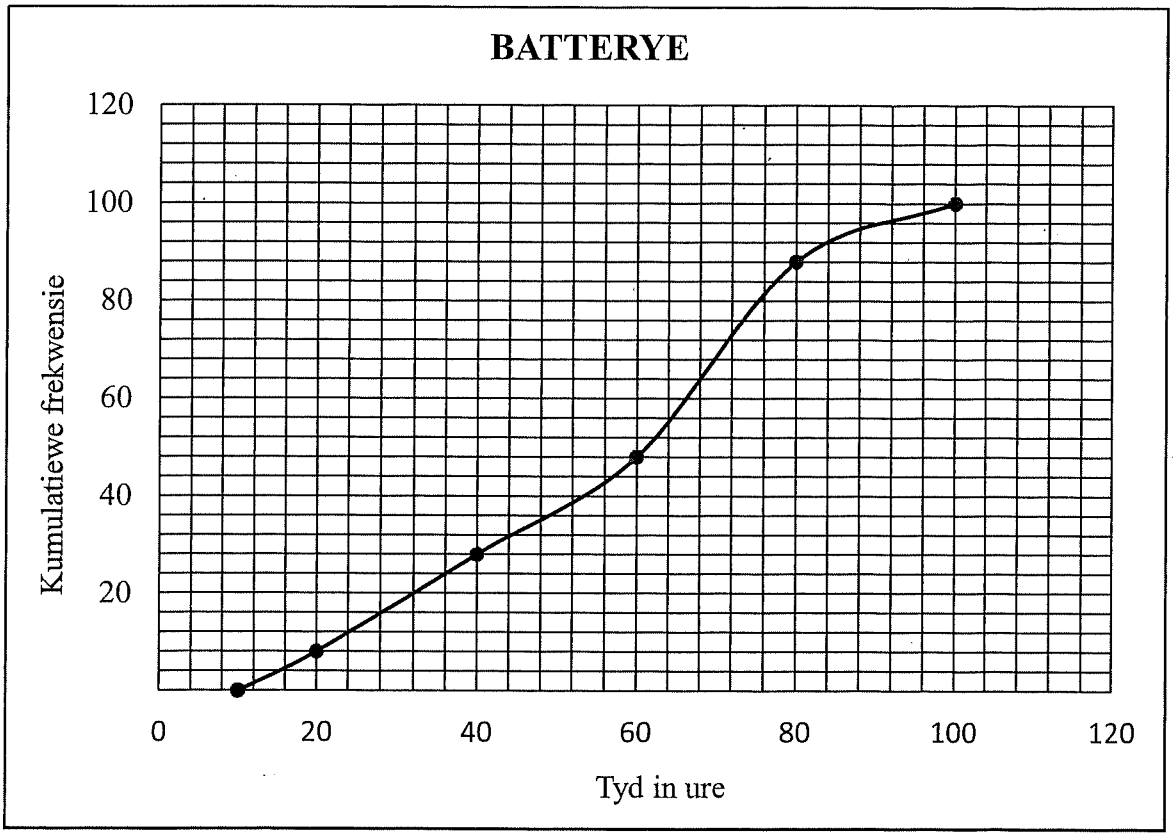
1.5 Bepaal die moontlike mediaangewig van lemoene in 'n sak, indien daar 12 lemoene in die sak is. (2)

[9]

VRAAG 2

2.1 Batterye word daagliks gebruik. Die graad 12 Fisiese Wetenskapleerders ondersoek die lewensduurte van batterye onder konstante toets omstandighede.

Die onderstaande ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) toon die lewensduurte (in ure) van die batterye aan.



2.1.1 Hoeveel batterye is vir hierdie ondersoek getoets? (1)

2.1.2 Gebruik die grafiek om die mediaantyd vir die lewensduurte (in ure) van die batterye te skat. (2)

2.1.3 Die minimum lewensduurte van die batterye is 10 ure, en die maksimum lewensduur is 100 ure. Gebruik die kumulatiewe frekwensiegrafiek en teken 'n mond-en-snordiagram in jou ANTWOORDBOEK. (3)

2.1.4 Lewer kommentaar op die skeefheid van die verspreiding van die lewensduurte van die batterye. (1)

2.2 Die onderstaande tabel verteenwoordig die waardes van 'n stel data in stygende orde. Geen waardes in hierdie datastel word herhaal nie.

5	a	19	b	c	d	35

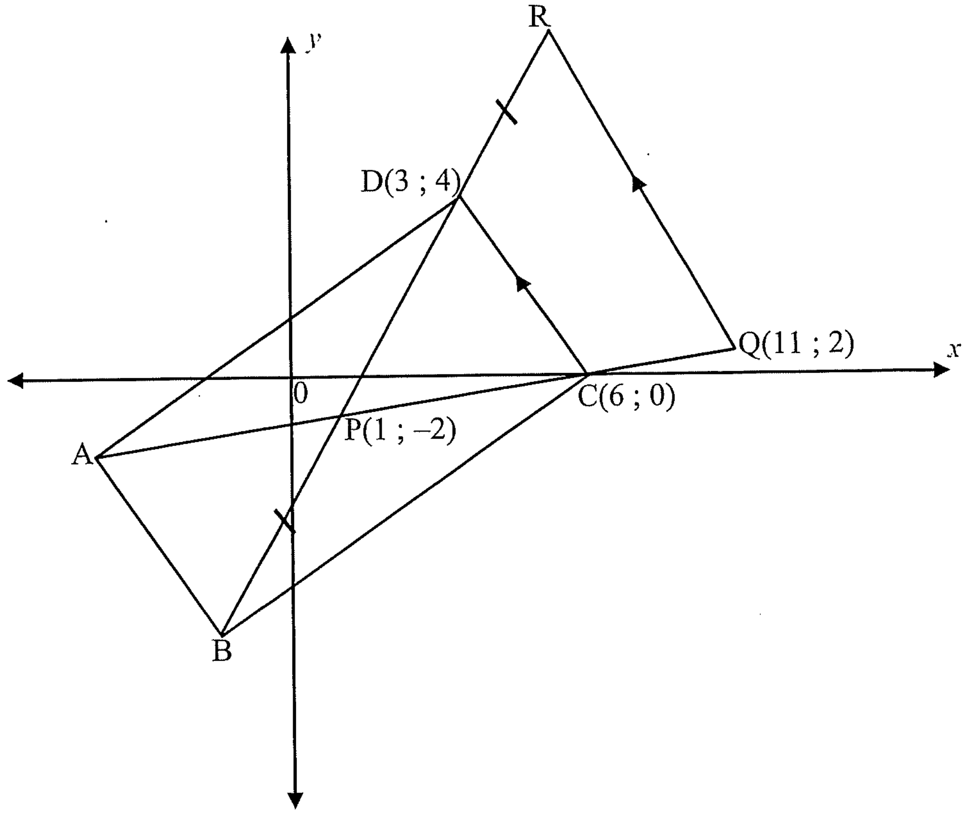
Bepaal die waardes van a, b, c, en d indien:

- Die mediaan 20 is.
- Die semi-interkwartielvariasiewydte 8 is.
- Die boonste kwartiel twee keer die onderste kwartiel is.
- Die gemiddeld 22 is.

(4)
[11]

VRAAG 3

3.1 In die onderstaande diagram is A, B, C (6 ; 0) en D (3 ; 4) die hoekpunte van reghoek ABCD. Diagonale AC en BD halveer mekaar by P(1; − 2). AC word verleng na Q(11 ; 2) en BD word verleng na R sodat BP = DR en CD||QR.



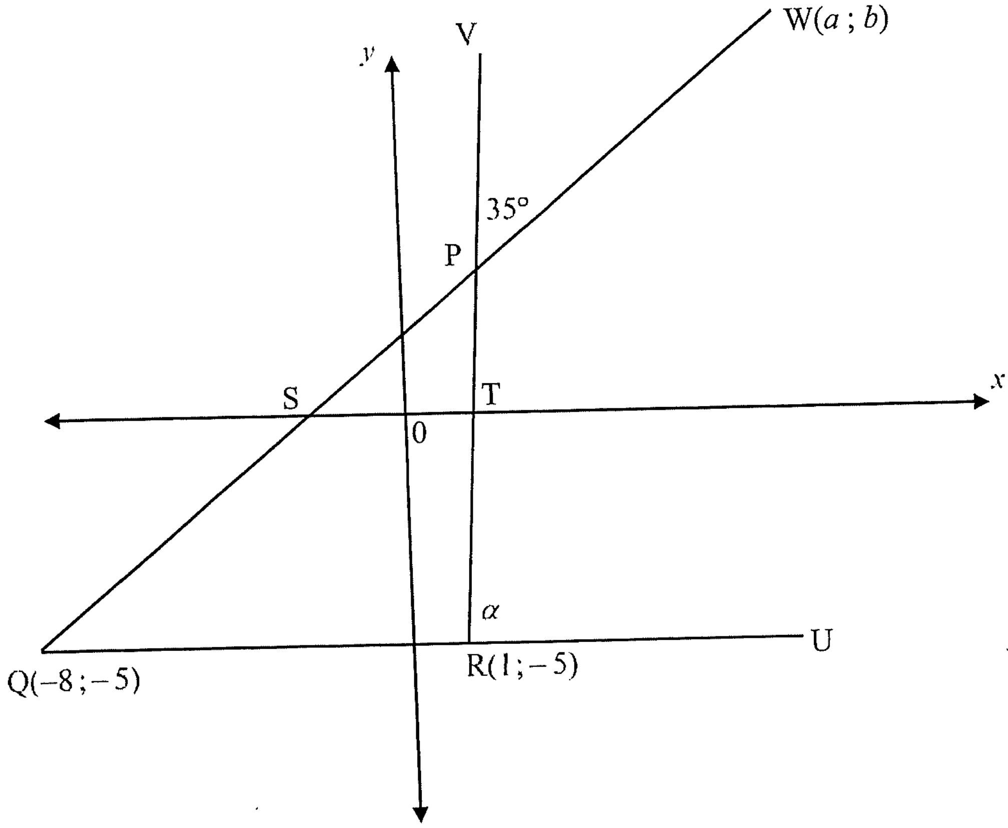
3.1.1 Bereken die koördinate van B. (3)

3.1.2 Bepaal die gradiënt van CD. (2)

3.1.3 Toon aan dat die vergelyking van QR is $y=-\frac{4}{3}x+\frac{50}{3}$. (2)

3.1.4 Indien K(4 ; y) 'n punt in die 4^{de} kwadrant is, sodat PK = RQ, bereken die waarde van y. (6)

3.2 In die onderstaande diagram, P, Q(−8 ; −5) en R(1 ; −5) is die hoekpunte van ΔPQR. RP word verleng na V en QP word verleng na W(a ; b) sodat $V\hat{P}W = 35°$. Die vergelyking van QW is $y = x + \frac{2}{3}$. QR word verleng na U en $U\hat{R}V = \alpha$. QW en RV sny die x-as by S en T onderskeidelik.



3.2.1 Bereken die grootte van α. (5)

3.2.2 Dit is verder gegee dat QU $\perp$ WU en R die middelpunt van QU is. Bereken die oppervlakte van ΔQWU. (6)

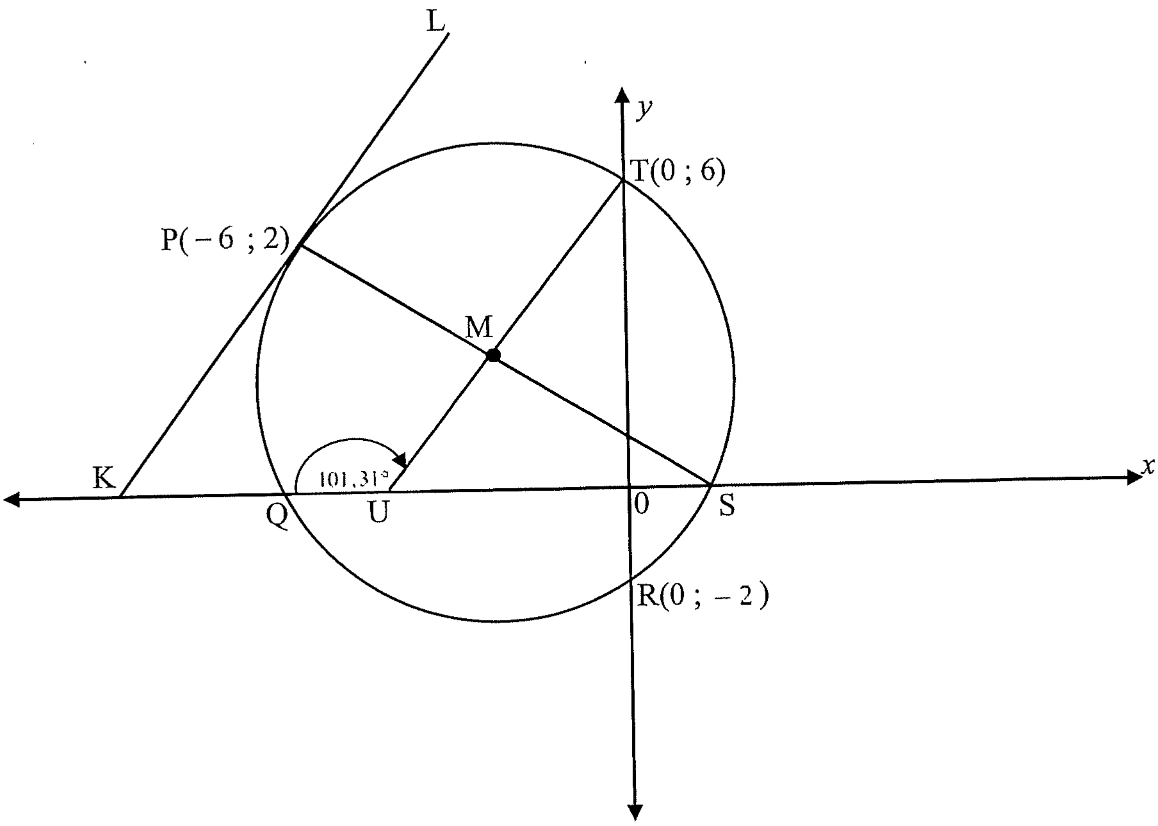
[24]

VRAAG 4

In die onderstaande diagram, 'n sirkel met middelpunt M, sny die x-as by Q en S en die y-as by T(0 ; 6) en R(0 ; − 2). Middellyn SMP het 'n vergelyking van $y=\frac{-1}{5}x+\frac{4}{5}$.

KPL is 'n raaklyn aan die sirkel by P(−6 ; 2). TM word verleng en sny die x-as by U.

$\hat{QUT} = 101{,}31°$.



4.1 Bepaal die vergelyking van TU. (3)

4.2 Bereken die koördinate van M. (3)

4.3 Indien die koördinate van M(−1 ; 1) is, bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. (3)

4.4 Bewys dat KL ewewydig is aan TU. (3)

4.5 Is die punt $V\left(-\frac{1}{2}\,;\,7\right)$ binne die sirkel? Ondersteun jou antwoord met die nodige berekeninge. (3)

[15]

VRAAG 5

5.1 As $\sin 16° = \dfrac{1}{\sqrt{1+k^2}}$, druk die volgende in terme van k uit, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.**

5.1.1 $\tan 16°$ (2)

5.1.2 $\cos 32°$ (3)

5.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukking.

$$\frac{\cos(90°+x)\,\sin(x-180°) - \cos^2(180°-x)}{\cos(-2x)}$$ (6)

5.3 Bereken die volgende, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**.

$\cos 75°.\cos 45° - \cos 15°.\cos 45°$ (4)

5.4 Gegee: $\tan\theta\left(\sin 2\theta + \dfrac{3\cos^2\theta}{\sin\theta}\right) = -2\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2$

5.4.1 Bewys die identiteit. (3)

5.4.2 Bepaal die algemene oplossing van:

$$\tan\theta\left(\sin 2\theta + \frac{3\cos^2\theta}{\sin\theta}\right) = 0$$ (4)

5.5 Los op vir a en b:

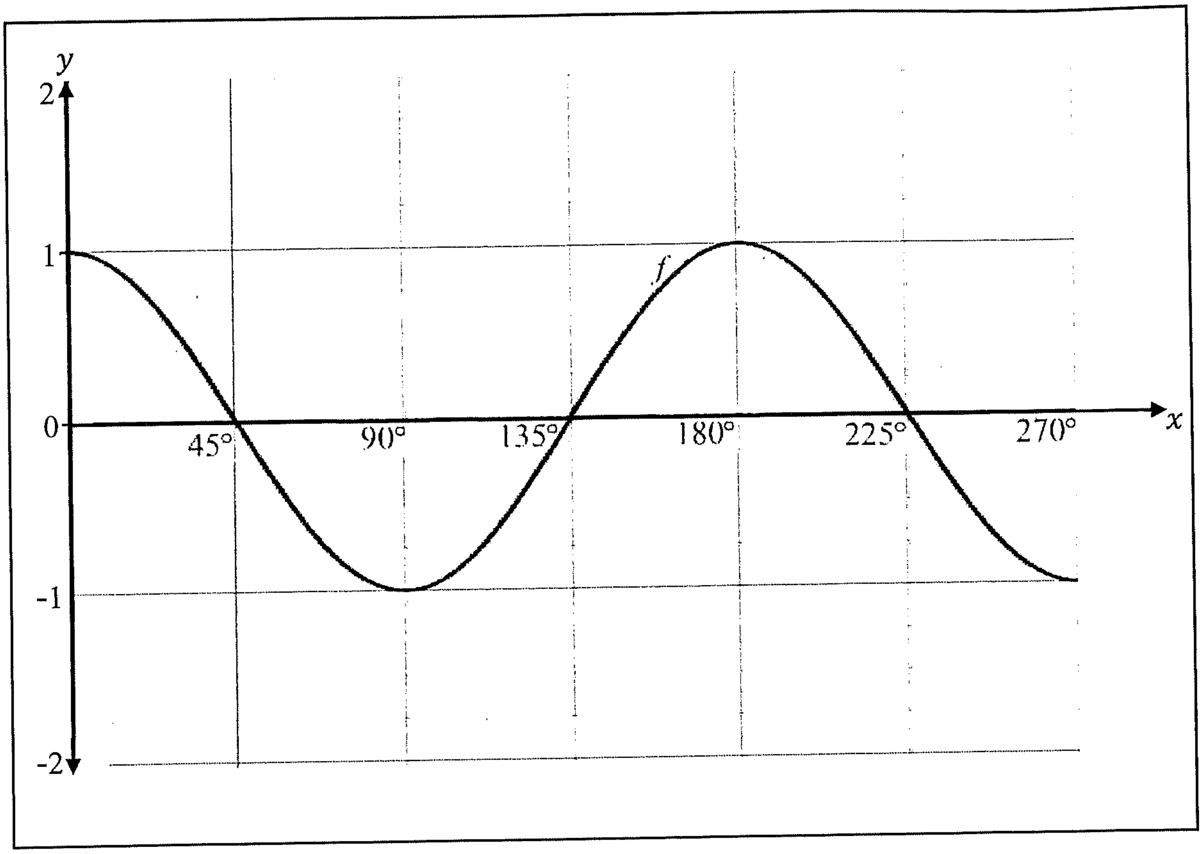
$\cos(a+b) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ if $a+b \in [0°\,;\,180°]$

$\cos(a-2b) = \dfrac{1}{2}$ if $a-2b \in [0°\,;\,180°]$ (4)

[26]

VRAAG 6

Die grafiek van $f(x) = \cos 2x$ vir die interval $x \in [0°; 270°]$, is in die onderstaande diagram geskets.



6.1 Teken die grafiek van $g(x) = -\frac{1}{2}\tan x$ vir die interval $x \in [0° ; 270°]$ op die gegewe rooster in die ANTWOORDBOEK. Dui alle afsnitte met die asse aan asook die asimptotes. (4)

6.2 Skryf die waardeversameling van $h(x) = 3 - f(x)$ neer. (1)

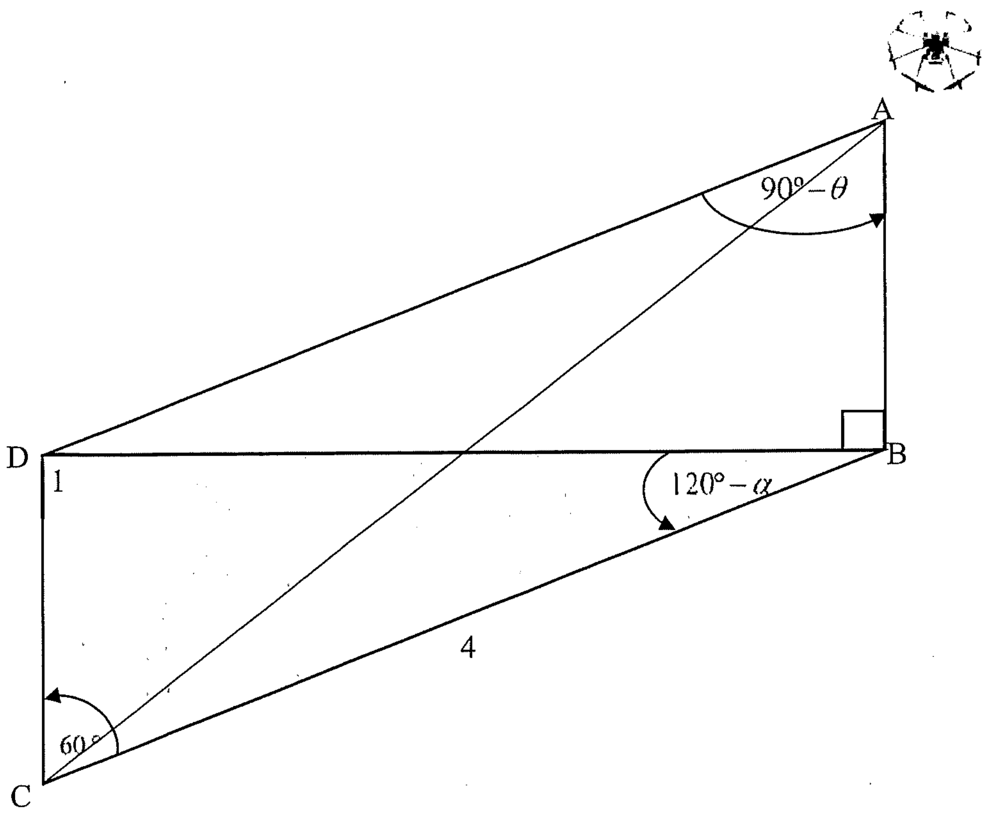
6.3 Gebruik die grafiek en bepaal die waarde(s) van x in die interval $x \in [135°; 270°]$ waar $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$. (2)

[7]

VRAAG 7

In die onderstaande diagram, B, C en D is in dieselfde horisontale vlak. 'n Hommeltuig (drone) geposisioneer by A neem beelde van twee voorwerpe by B en C af. B is direk onder die hommeltuig en C is 4 eenhede weg vanaf van B.

$D\hat{C}B = 60°$; $D\hat{B}C = 120° - \alpha$ en $D\hat{A}B = 90° - \theta$.



7.1 Bepaal $\hat{D}_1$ in terme van α. (2)

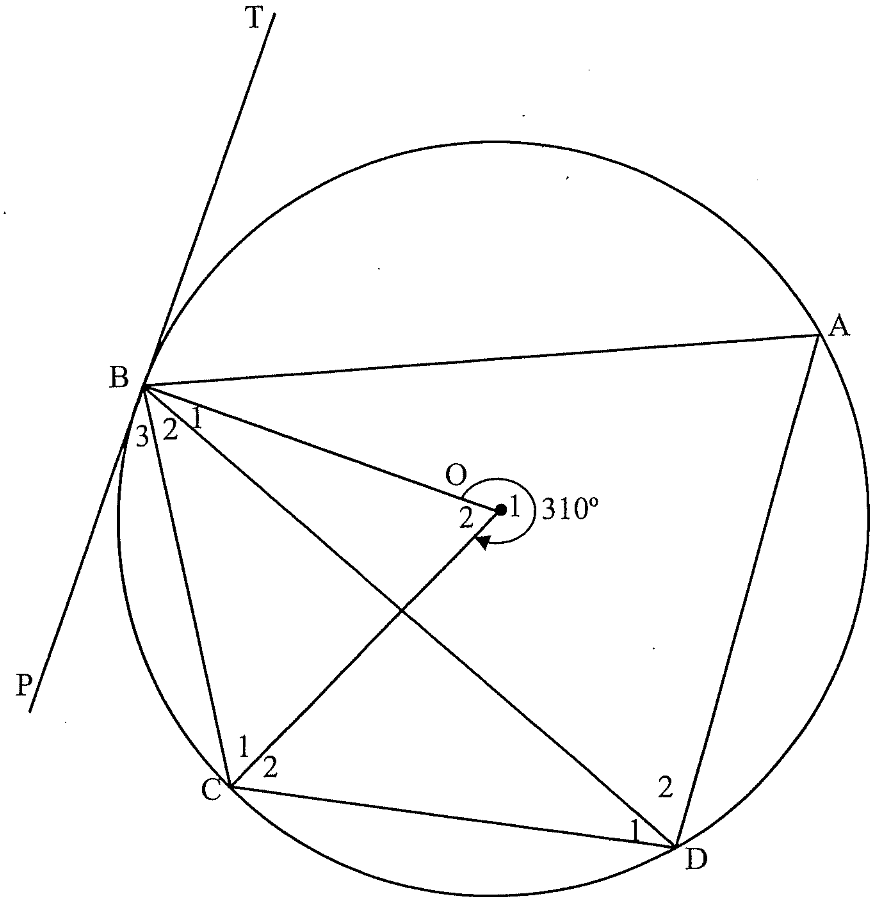
7.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal BD in terme van α. (3)

7.3 Bewys dat $AB = \dfrac{2\sqrt{3}\tan\theta}{\sin\alpha}$. (3)

[8]

VRAAG 8

In die onderstaande diagram is A, B, C en D punte op die omtrek van die sirkel met middelpunt O. PBT is 'n raaklyn aan die sirkel by B.
Inspringende hoek $B\hat{O}C = \hat{O}_1 = 310^\circ$, soos aangedui in onderstaande diagram.



Bereken, met redes, die grootte van:

8.1 $\hat{D}_1$ (3)

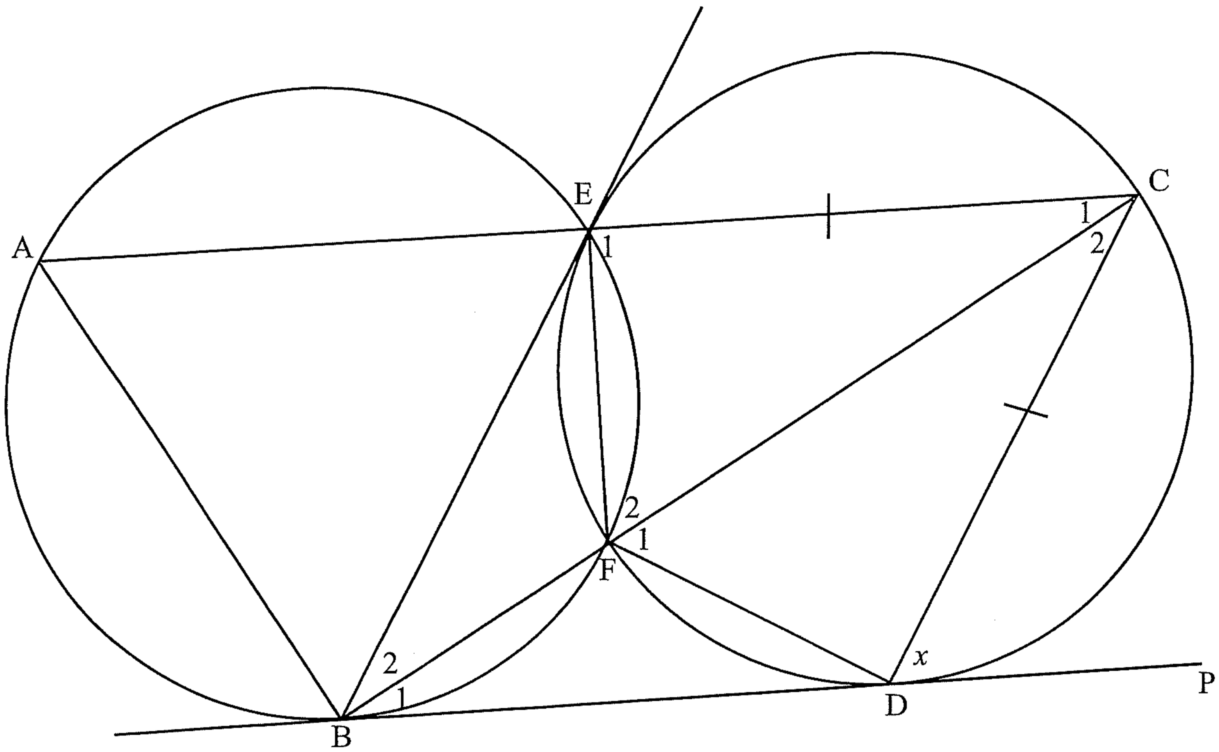
8.2 $\hat{B}_3$ (2)

8.3 $\hat{B}_1$, gegee dat $\hat{A} = 60^\circ$ is. (4)
[9]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die volgende stelling sodat dit WAAR is:
Hoeke onderspan deur 'n koord van 'n sirkel, aan dieselfde kant van die koord, is … (1)

9.2 In die onderstaande diagram is ABFE en EFDC koordevierhoeke en sny twee ewe groot sirkels by E en F. BFC en AEC is reguit lyne. BD is 'n gemeenskaplike raaklyn aan die sirkels by B en D onderskeidelik. EC = CD.
Stel $\hat{CDP} = x$.



Bewys met redes dat:

9.2.1 $\hat{F}_1 = \hat{F}_2$. (3)

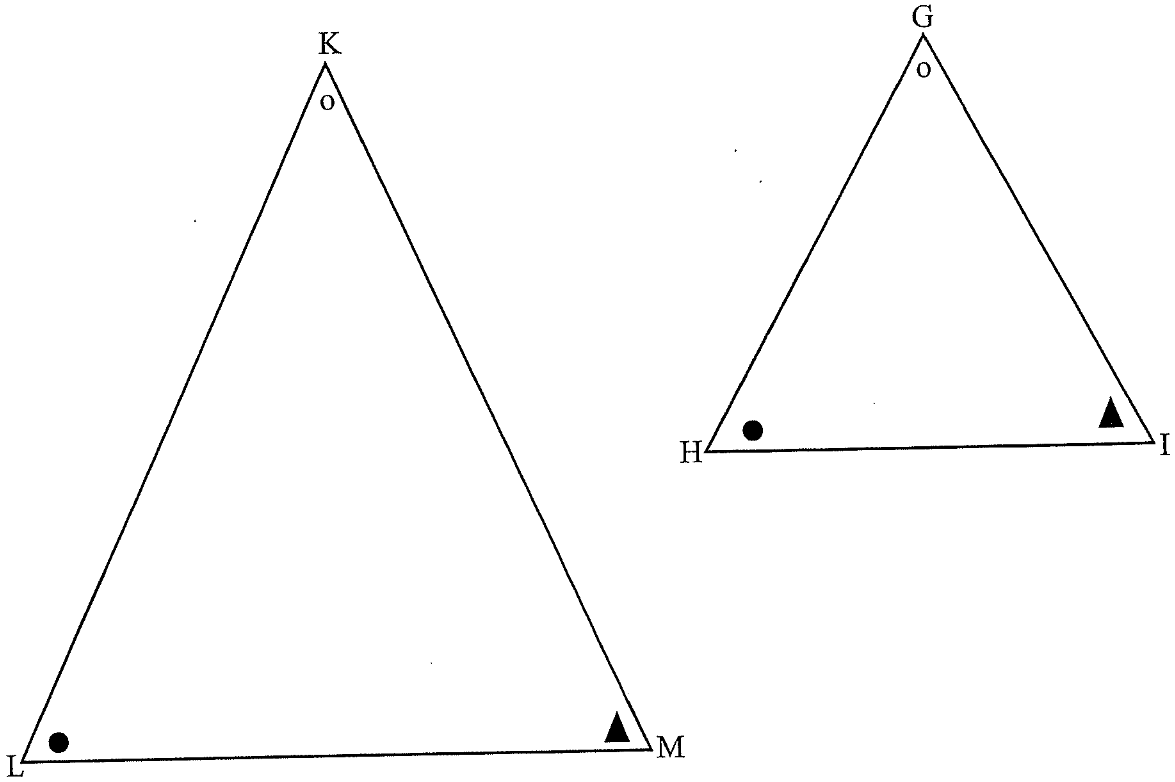
9.2.2 ABDC 'n koordevierhoek is. (3)

9.2.3 BE || CD. (2)

9.2.4 FC 'n middellyn aan sirkel FDCE is, indien dit gegee is dat EBDC 'n ruit is. (5)
[14]

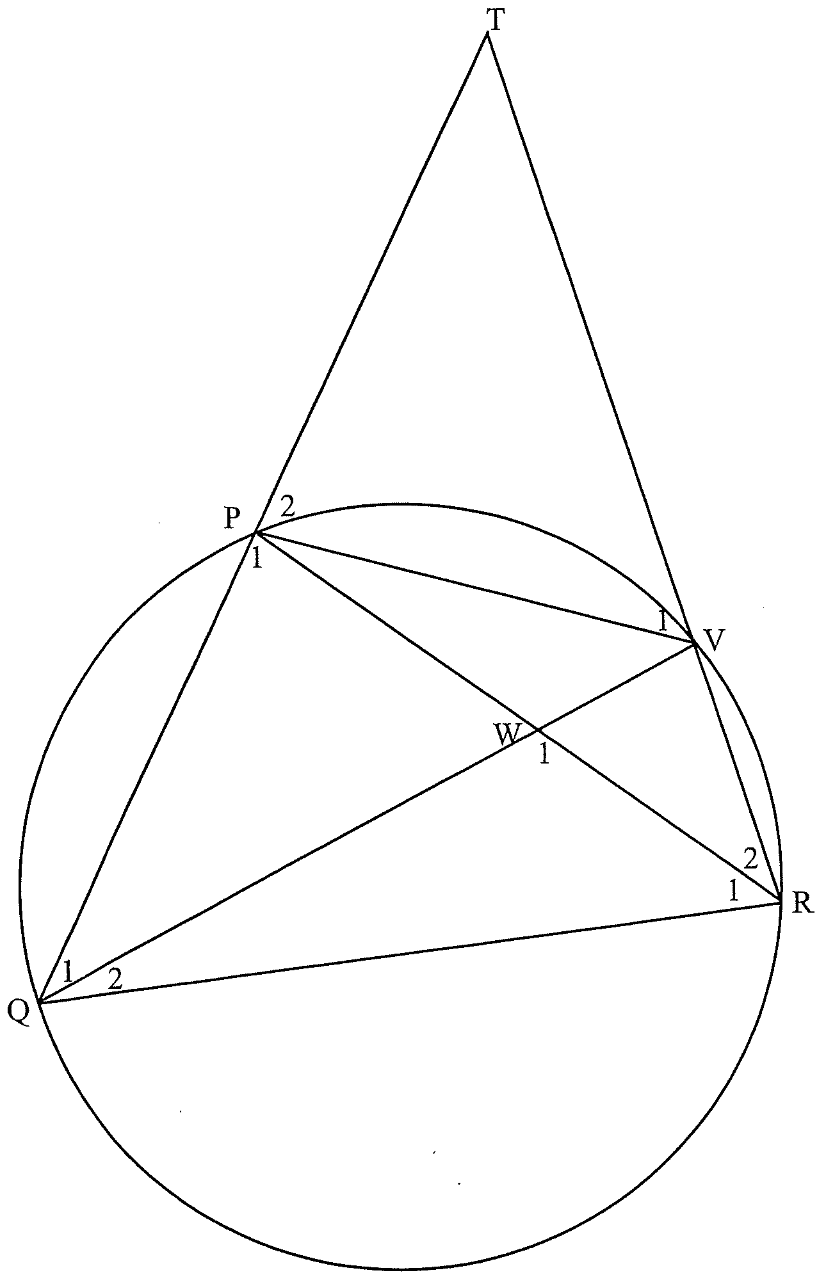
VRAAG 10

10. 1 In die onderstaande diagram is ΔKLM en ΔGHI geskets met $\hat{K}=\hat{G}$; $\hat{L}=\hat{H}$ en $\hat{M}=\hat{I}$. Bewys die stelling wat bepaal dat indien twee driehoeke gelykhoekig is, dan is ooreenkomstige sye in verhouding, bv. bewys dat $\frac{KL}{GH}=\frac{KM}{GI}$.



(5)

10.2 In die onderstaande diagram is ΔPQR 'n gelyksydige driehoek ingeskrewe in 'n sirkel. V is 'n punt op die sirkel. QP en RV word verleng om by T te ontmoet. PR en QV sny by W.



Bewys met redes, dat:

10.2.1 $\hat{W}_1 = T\hat{R}Q$ (3)

10.2.2 $\Delta TQR \,|||\, \Delta QRW$ (3)

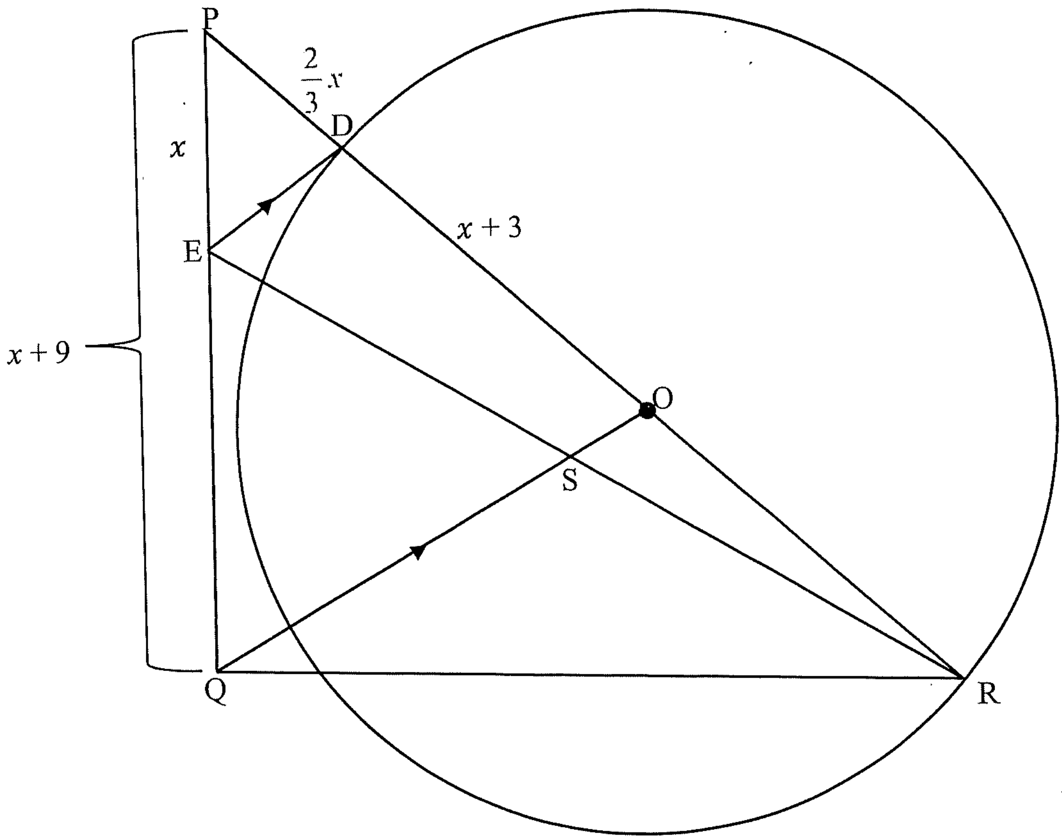
10.2.3 $\dfrac{PT}{QW} = \dfrac{PV}{WR}$ (6)

[17]

VRAAG 11

In die onderstaande diagram is 'n sirkel met middelpunt O geskets. Lyn OQ is ewewydig getrek aan 'n raaklyn aan die sirkel by D. ER is getrek met S op OQ.
RD word verleng na P en PQ is verbind.

PE = x eenhede; PQ = $x + 9$ eenhede; PD = $\frac{2}{3}x$ eenhede en DO = $x + 3$ eenhede.



11.1 Bereken die lengte van RO. (4)

11.2 Indien OS = 1,4 eenhede is en S is die middelpunt van ER, bepaal die lengte van DE. (2)

11.3 Indien die oppervlakte van ΔPED = 2,7 eenhede^2 is, bereken die oppervlakte van ΔPER. (4)
[10]

TOTAAL: 150

EINDE

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}\ ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$