



LIMPOPO

PROVINCIAL GOVERNMENT
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

DEPARTMENT OF
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

WISKUNDE VRAESTEL 2

SEPTEMBER 2018

PUNTE: 150

TYD: 3 URE

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 'n inligtingsblad en 'n antwoordboek.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDBOEK wat verskaf word.
3. Beantwoord AL die vrae.
4. Dui ALLE berekenings, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
5. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
6. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
7. Rond antwoorde, indien nodig, tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
9. 'n Inligtingsblad met formules, is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Skryf leesbaar en bied jou werk netjies aan.

VRAAG 1

Vyftig leerders het 'n Nasionale Normtoets geskryf vir universiteitstoelating. Die toets het uit 50 getel. Die uitslae van die toets is hieronder opgesom:

Punte	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$0 \leq x < 10$	4	
$10 \leq x < 20$	20	
$20 \leq x < 30$	15	
$30 \leq x < 40$	5	
$40 \leq x < 50$	6	

- 1.1 Gebruik die data in die tabel hierbo om die geskatte gemiddelde te bereken. (2)
 - 1.2 Voltooi die kumulatiewe frekwensie kolom in die tabel wat hierna voorsien word. (2)
 - 1.3 Teken 'n ogief op die assestelsel wat voorsien word. (3)
 - 1.4 Bepaal die interkwartielomvang van die data, deur van die ogief gebruik te maak. (3)
- [10]**

VRAAG 2

Tien studente het geoefen om aan die 100m-wedloop vir die Burgemeester se jaarlikse atletiekbyeenkoms deel te neem. Die resultate in die tabel wys die aantal dae wat elke student geoefen het, en die tyd wat hy/sy in die wedloop gehardloop het.

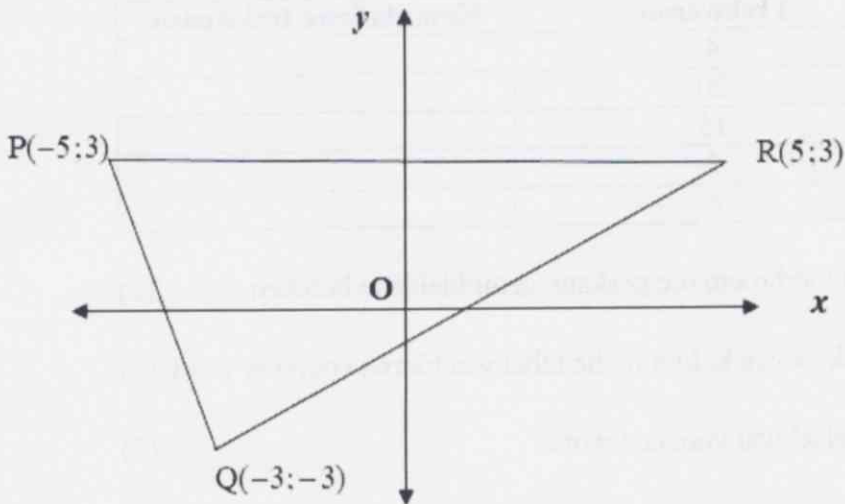
Aantal dae geoefen	10	70	50	60	20	60	100	30	90	30
Tyd (in sekondes)	17	13	13	11	17	19	10	17	12	14

- 2.1 Bereken die GEMIDDELD en die STANDAARDAFWYKING van die tye van die studente. (4)
- 2.2 Bereken die vergelyking van die kleinste kwadrate-regeressie lyn. (3)
- 2.3 Bereken die korrelasiekoëffisiënt. (1)
- 2.4 As Simon 80 dae geoefen het, voorspel die moontlike tyd waarin hy die wedloop gaan aflê. (2)

[10]

VRAAG 3.

In the diagram is PQR 'n driehoek met hoekpunte $P(-5;3)$, $Q(-3;-3)$ en $R(5;3)$.

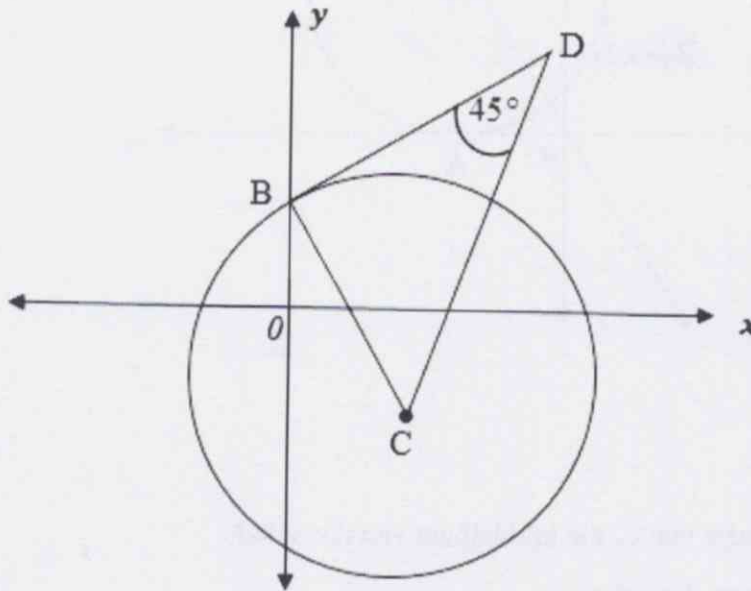


- 3.1 Bereken die lengte van QR. (2)
- 3.2 Bepaal M, die middelpunt van QR. (2)
- 3.3 Bepaal die vergelyking van die lyn wat deur P en M gaan. (3)
- 3.4 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat QR as 'n middellyn het. (3)
- 3.5 Lê die punt P binne of buite die sirkel wat in vraag 3.4 bespreek word? Staaf jou antwoord met die nodige berekeninge. (3)
- 3.6 Bepaal die koördinate van S, as PQRS 'n parallellogram is, met S in die eerste kwadrant. (2)
- 3.7 Bereken die grootte van $\hat{Q}PR$. (4)

[19]

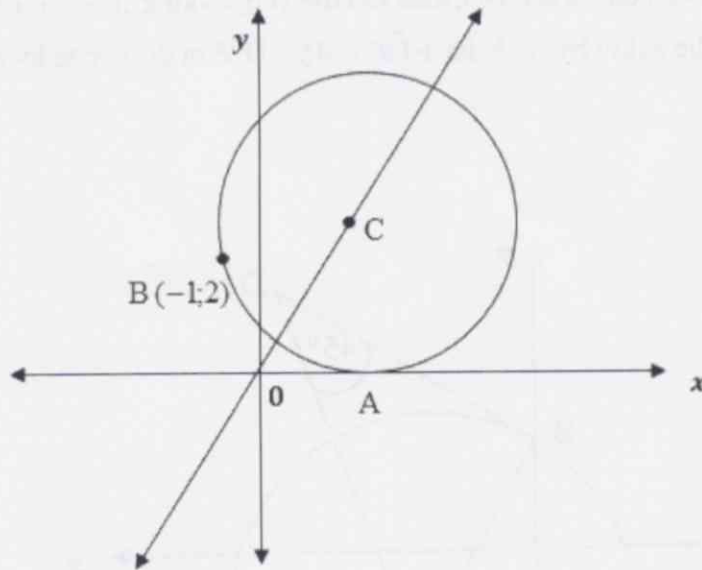
VRAAG 4

- 4.1 'n Sirkel waarvan die vergelyking $x^2 - 6x + y^2 + 4y = 12$ is, het C as middelpunt. B is die y-afsnit van die sirkel. BD, waarvan die vergelyking $3x - 4y + 8 = 0$ is, is 'n raaklyn aan die sirkel by B sò dat $\hat{BDC} = 45^\circ$. D lê in die eerste kwadrant.



- 4.1.1 Skryf die koördinate van C neer. (2)
- 4.1.2 Bepaal die koördinate van B. (2)
- 4.1.3 Bepaal die waardes van q , as $x = q$ 'n raaklyn is aan die sirkel. (4)
- 4.1.4 Bereken die koördinate van D. (6)

4.2 'n Sirkel raak die x -s by A en sy middelpunt C lê op die lyn $y = 2x$. Die sirkel gaan deur punt $B(-1;2)$.



Bepaal:

4.2.1 Die koördinate van C, die middelpunt van die sirkel. (6)

4.2.2 Die radius van die sirkel. (2)

[22]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\cos 25^\circ = \sqrt{1 - k^2}$.

Druk elk van die volgende uit in terme van k :

5.1.1 $\sin 25^\circ$ (2)

5.1.2 $\sin 50^\circ$ (2)

5.2 Vereenvoudig volledig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$\sqrt{\frac{\tan(-207^\circ)}{\tan 333^\circ} - \frac{\sin^2(x - 360^\circ)}{\sin(x - 90^\circ)\cos x}} \quad (7)$$

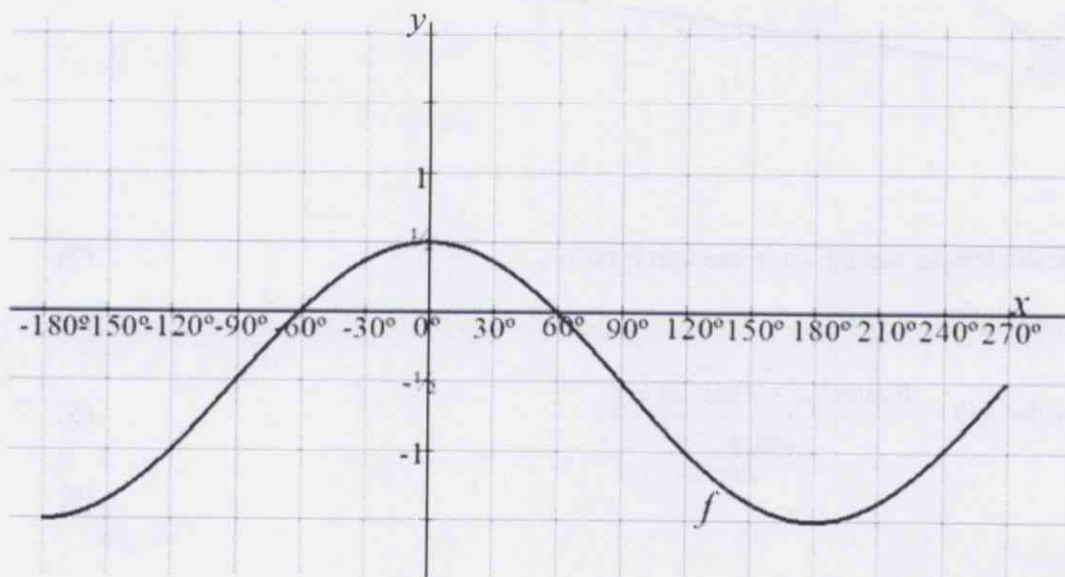
5.3 Bewys dat $\frac{1 + \cos 2A}{\cos 2A} = \frac{\tan 2A}{\tan A}$ (5)

5.4 Bepaal die algemene oplossing van $2 \sin 2x = -\cos 2x$ (5)

[21]

VRAAG 6

Gegee: $f(x) = \cos x - \frac{1}{2}$ vir $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$.



6.1 Teken 'n grafiek van $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$ vir $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$ op dieselfde assestel wat voorsien word. Toon duidelik al die afsnitte met die asse, die draaipunte en die eindpunte aan. (3)

6.2 Gebruik jou grafiek en bepaal vir watter x -waardes, $x \in [-180^\circ; 270^\circ]$ is:

6.2.1 $f(x) > g(x)$. (3)

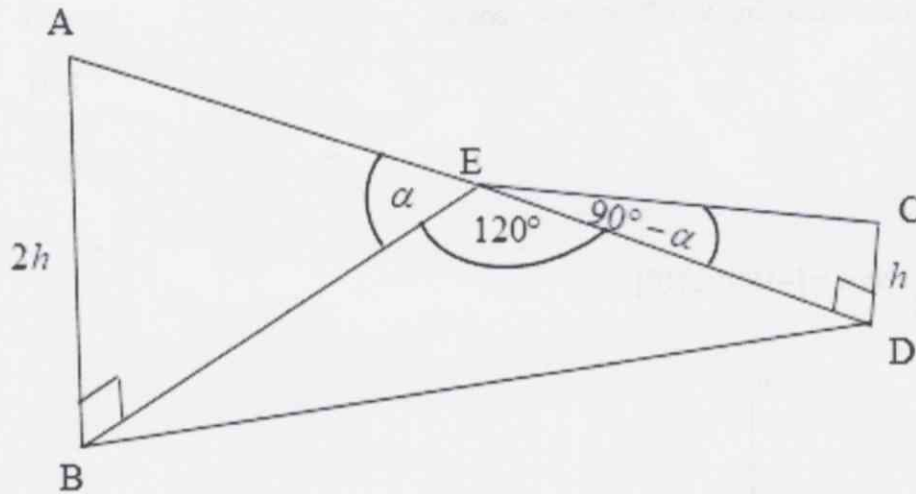
6.2.2 $f(x) \cdot g(x) \geq 0$. (3)

6.3 Die grafiek van g skuif 120° na regs om h te word. Bepaal die vergelyking van h in sy eenvoudigste vorm. (2)

[11]

VRAAG 7

In die diagram lê die punte B, D en E in dieselfde horisontale vlak, met $\hat{BED} = 120^\circ$. AB en CD is twee vertikale torings. $AB = 2CD = 2h$ meter. Die hoogtehoek vanaf E na A is α . Die hoogtehoek vanaf E na C is $(90^\circ - \alpha)$.

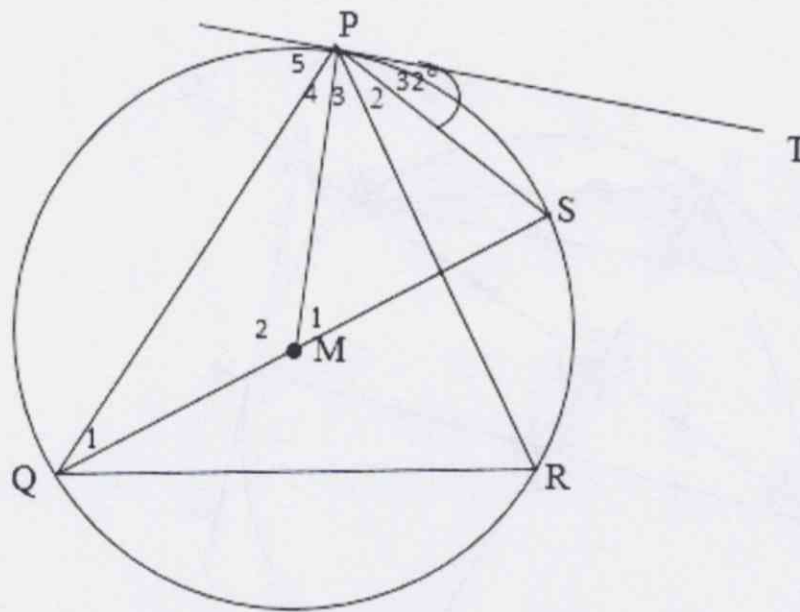


- 7.1 Bepaal die lengte van BE in terme van h en α . (2)
- 7.2 Toon aan dat $ED = h \tan \alpha$. (2)
- 7.3 Bewys dat $BD = \frac{h\sqrt{\tan^4 \alpha + 2 \tan^2 \alpha + 4}}{\tan \alpha}$. (5)

[9]

VRAAG 8

In die diagram is TP 'n raaklyn aan die sirkel met middelpunt M, by P. QS is 'n middellyn van die sirkel en R lê op die omtrek van die sirkel. $\hat{TPS} = 32^\circ$



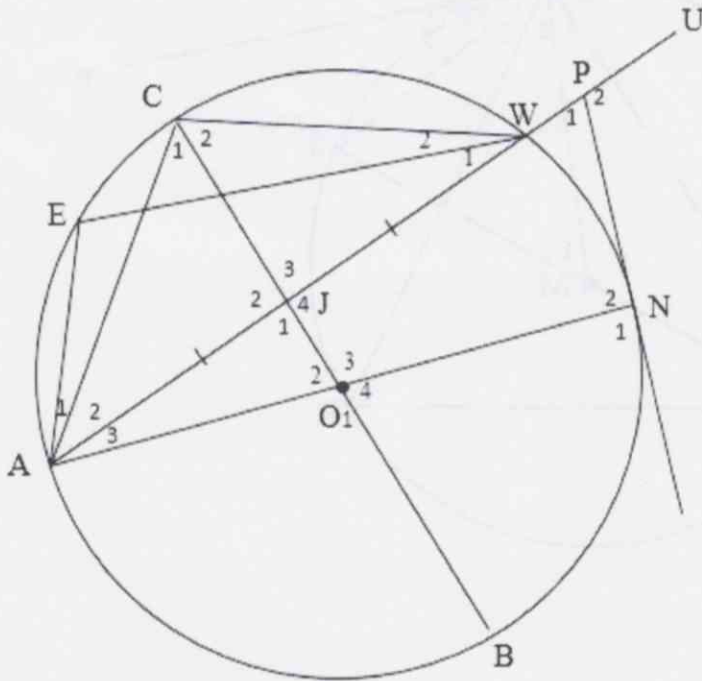
Bereken die volgende en gee redes:

- 8.1 \hat{Q}_1 (2)
 - 8.2 \hat{P}_4 (2)
 - 8.3 \hat{M}_1 (2)
 - 8.3 \hat{R} (4)
- [10]**

VRAAG 9

O is die middelpunt van sirkel AECWN. BOC halveer \hat{ACW} en $AJ = JW$. AN is 'n middellyn van die sirkel. AW is verleng tot by U. P is 'n punt op AU so dat PN 'n raaklyn is aan die sirkel by N.

Stel $\hat{C}_1 = x$.



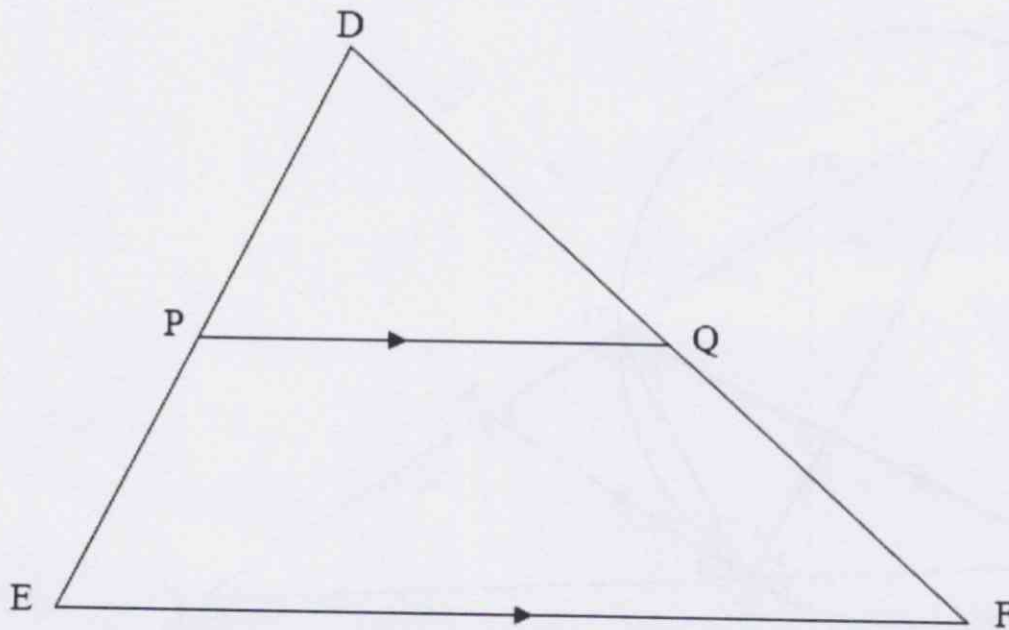
9.1 Bewys dat ONPJ 'n koordevierhoek is. (6)

9.2 Druk \hat{P}_1 uit in terme van x . (6)

[12]

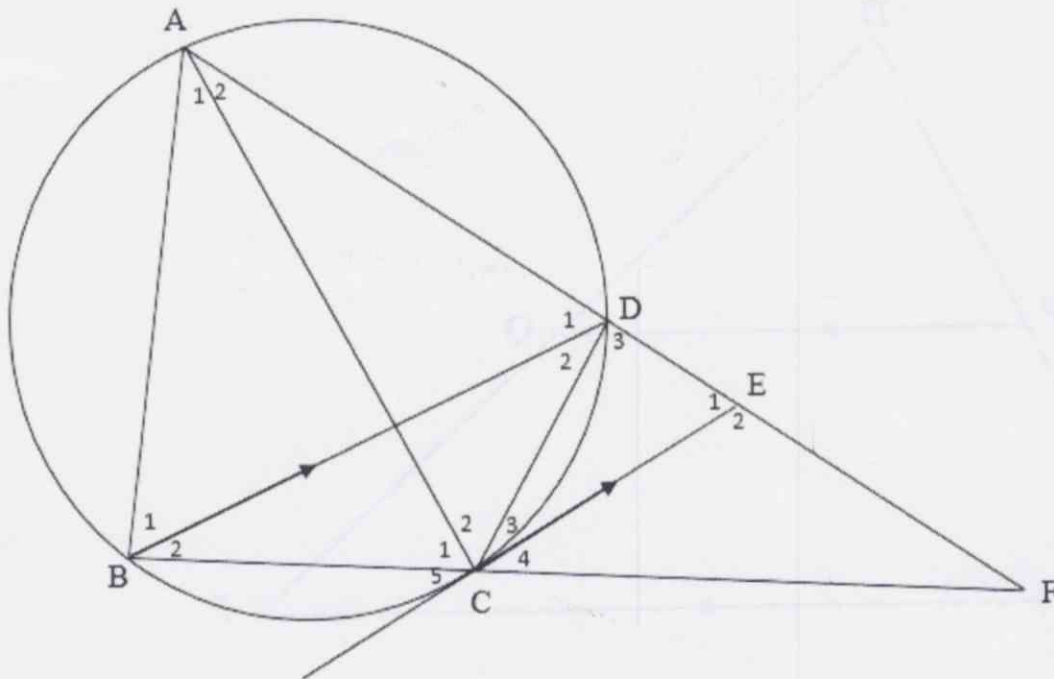
VRAAG 10

10.1 In $\triangle DEF$ is P 'n punt op DE en Q 'n punt op DF sò dat $PQ \parallel EF$.



Bewys die stelling wat beweer dat as $PQ \parallel EF$, dan is $\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$. (6)

10.2 In the diagram is die koorde AD en BC van sirkel ABCD verleng om mekaar by F te ontmoet. E is 'n punt op AF so dat EC 'n raaklyn is aan die sirkel by C en $BD \parallel CE$. AC en DC is verbind.



Bewys dat:

10.2.1 $BC = DC$ (4)

10.2.2 $\triangle BAF \parallel \triangle DCF$ (4)

10.2.3 $\frac{BA}{AF} = \frac{DE}{EF}$ (5)

10.2.4 $\triangle ECD \parallel \triangle EAC$ (4)

10.2.5 $CE^2 = \frac{AE \cdot BA \cdot EF}{AF}$ (3)

[26]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad A = P(1 + ni) \quad A = P(1 - ni) \quad A = P(1 - i)^n \quad A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n \quad \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad T_n = a + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1} \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1 \quad S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i} \quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i} \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) \quad y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \tan \theta \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta; y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

